



# CREENCIAS INICIALES DE LOS **ESTUDIANTES** SOBRE **PROBABILIDAD**

Students' initial beliefs about probability

...


Crenças iniciais dos estudantes sobre  
probabilidade

Por:

***Arnulfo Fajardo-Valencia***<sup>1</sup>

Institución Educativa José María  
Carbonell, Cali, Colombia.

[arnulfo\\_fajardo@carbonellcali.com](mailto:arnulfo_fajardo@carbonellcali.com)

 [0000-0002-5294-1940](https://orcid.org/0000-0002-5294-1940)

**Recepción:** 22/08/2022 • **Aprobación:** 22/02/2023



**Resumen:** Esta investigación busca identificar las creencias iniciales que tienen los estudiantes de sexto grado sobre el concepto de probabilidad y determinar cómo estas afectan el aprendizaje formal en este campo. Este es un estudio de tipo cualitativo y exploratorio fundamentado en cinco categorías de razonamiento probabilístico en donde los niveles de impredeción, determinismo, pre-rigor, rigor y mecánico, determinan las líneas de razonamiento de los estudiantes al enfrentarse a problemas que involucran la probabilidad. Los datos se recolectaron a partir de cuestionarios y entrevistas semiestructuradas. En el estudio intervinieron 16 estudiantes de grado sexto de educación básica secundaria de la Institución Educativa oficial José María Carbonell de la ciudad de Cali, Colombia. Los resultados muestran que cuando los estudiantes enfrentan problemas que involucran el concepto de probabilidad, acuden a creencias como la suerte, el destino, la voluntad de Dios y el control sobre generadores de aleatoriedad. Estas creencias, en ocasiones erróneas, pueden afectar su desempeño en los procesos de aprendizaje. Se concluye que es importante que los docentes identifiquen creencias de los estudiantes previo al diseño de materiales o estrategias didácticas, ya que estas pueden convertirse en un apoyo para la construcción de conocimiento o en un obstáculo para el desarrollo de procesos de comprensión de conceptos matemáticos.

**Palabras clave:** Sistema de creencias; Razonamiento; Probabilidad; Teoría de las probabilidades; Educación.

**Abstract:** This research seeks to identify the initial beliefs that sixth grade students have about the concept of probability and determine its impact on formal learning in this field. This is a qualitative and exploratory study based on five categories of probabilistic reasoning where the levels of unpredictability, determinism, mechanics, pre-rigor and rigor determine lines of reasoning of the students when faced with problems involving probability. The data is collected from questionnaires and semi-structured interviews. Sixteen sixth grade students of basic secondary education from an official educational institution of the city of Cali, Colombia, intervened in the study. The results show that when students face problems that involve the concept of probability they turn to beliefs such as luck, destiny, the will of God, control over randomness

generators. These sometimes erroneous beliefs can affect their performance in learning processes. It is concluded that it is important that teachers identify students' beliefs prior to the design of materials or didactic strategies, since these can become a support for the construction of knowledge or an obstacle to the development of processes of understanding of mathematical concepts.

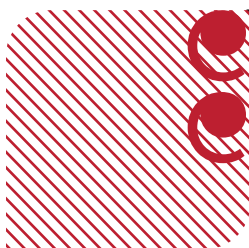
**Keywords:** Belief systems; Reasoning; Probability; Probability theory; Education.

**Resumo:** Esta pesquisa busca identificar as crenças iniciais que têm os estudantes do sexto ano sobre o conceito de probabilidade e determinar como elas afetam a aprendizagem formal neste campo. Este é um estudo de tipo qualitativo e exploratório, fundamentado em cinco categorias de pensamento probabilístico nos quais os níveis de imprevisão, determinismo, pré rigor, rigor e mecânico determinam as linhas de raciocínio dos estudantes ao se depararem com problemas que envolvem probabilidade. Os dados foram coletados por meio de questionários e entrevistas semiestruturadas. Nos estudos, entrevistaram 16 alunos do sexto ano do Ensino Fundamental da instituição educativa José María Carbonell, da cidade de Cali, na Colômbia. Os resultados mostram que, ao enfrentarem problemas que envolvem o conceito de probabilidade, os estudantes recorrem a crenças como sorte, destino, vontade de Deus e controle sobre os geradores de aleatoriedade. Tais crenças, em situações errôneas, podem afetar seu desempenho nos processos de aprendizagem. Conclui-se que é importante que os docentes identifiquem crenças dos alunos previamente ao desenho de materiais ou estratégias didáticas, já que essas podem se transformar em um apoio para a construção do conhecimento ou em uma barreira para o desenvolvimento de processos de compreensão de conceitos matemáticos.

**Palavras-chave:** Sistema de crenças; Raciocínio; Probabilidade; Teoria das Probabilidades; Educação.



Esta obra está bajo la [licencia internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International \(CC BY-NC-SA 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).



**¿Cómo citar este artículo? / How to quote this article?**

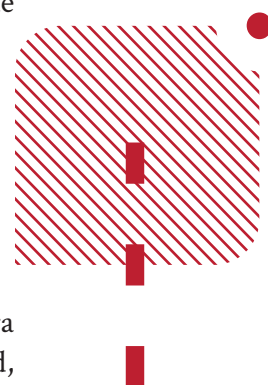
Fajardo-Valencia, A. (2021). Creencias iniciales de los estudiantes sobre probabilidad. *Praxis, Educación y Pedagogía* (8), e2012424, [https://doi.org/10.25100/praxis\\_educacion.v0i8.12424](https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i8.12424)

## Introducción

Investigaciones anteriores han resaltado la importancia de la enseñanza de la probabilidad desde la educación inicial hasta los niveles universitarios, considerando que la incertidumbre está siempre presente en el diario vivir de los individuos (Gómez Torres, 2016; Inzunza, 2014; Vásquez y Alsina, 2014). Como lo indican Saldanha y Liu (2014), las decisiones políticas, sociales, económicas y científicas se toman utilizando información que se fundamenta en modelos probabilísticos. Para Budgett y Pfannkuch (2019), “el razonamiento probabilístico es esencial para operar de manera sensata y óptima en el siglo XXI” (p. 13). Batanero (2006) resalta que la importancia de la enseñanza de la probabilidad radica en educar el razonamiento probabilístico, pues es necesario para enfrentarse al azar en la vida cotidiana y mejorar las intuiciones de los estudiantes. Ben-Zvi (2018) considera que el razonamiento probabilístico es esencial para afrontar tareas que implican lidiar con la incertidumbre y dar sentido a los datos. Maher y Ahluwalia (2014) sostienen que los ciudadanos informados requieren comprender la probabilidad para “absorber la información presentada en noticias, medios, informes de salud, ventas y publicidad” (p. 559). Este tipo de planteamientos, viene evidenciando el incremento de los estudios en didáctica de la probabilidad, lo que ha permitido definir algunas líneas de investigación entre las que se destacan: el desarrollo cognitivo y afectivo, la resolución de problemas, la formación de maestros y los desarrollos curriculares (Batanero, 2016).

Por otra parte, la importancia del estudio de la probabilidad debido a su utilidad en la cotidianidad, al papel instrumental en las ciencias y a su incidencia en campos como la política, la economía y otras ramas del saber, ha potenciado el desarrollo del pensamiento crítico y la toma de decisiones (Gómez Torres, 2016; Saldanha y Liu, 2014; Sanabria y Núñez, 2017; Sharma, 2012; Vásquez y Alsina, 2017), lo que ha llevado a un alto número de países a incluirla en los currículos estatales, con carácter de obligatoriedad, al igual que a potenciar la formación de sus maestros en este dominio de la Educación Matemática (Batanero *et al.*, 2016; Sharma, 2006; Vásquez y Alsina, 2017).

A pesar de que se ha reconocido la importancia del aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad y su necesidad de ser incluida en los diseños curriculares en países “como Australia (Australian Education Council, 1991), Nueva Zelanda (Ministerio de Educación, 1992), el Reino Unido (Holmes, 1994) y los Estados Unidos (Shaughnessy y Zawojewski, 1999) y que estos desarrollos se reflejan



en documentos oficiales y en recursos producidos para profesores” (Sharma, 2006, p. 33), como lo expresan Barragues y Guisasola (2009): “la investigación didáctica viene señalando que los estudiantes tienen dificultades para lograr un aprendizaje con comprensión de los conceptos y procedimientos formales relacionados con el azar” (p. 128).

Estas dificultades se observan cuando al enfrentarse a tareas o problemas que involucran conceptos de probabilidad, algunos estudiantes consideran que es imposible predecir resultados en situaciones de azar (Sánchez y Benítez, 1997), mientras que otros asocian los resultados de experimentos aleatorios a fenómenos físicos, poderes sobrenaturales, o suerte (Amir y Williams, 1999; Sánchez y Benítez, 1997), y hay quienes creen que los resultados de experiencias aleatorias dependen del control de las personas sobre los dispositivos generadores de aleatoriedad (Nicolson, 2005).

Es común en niños y jóvenes utilizar razonamientos asociados al número de la suerte, el color favorito o la fecha de cumpleaños cuando se les pide que determinen la probabilidad de un evento; este tipo de “respuestas subjetivas a las tareas de probabilidad, en general, están cargadas de egocentrismo y, por lo tanto, tienden a ir en contra del pensamiento probabilístico normativo” (Groth *et al.*, 2021, p. 243). En general, estos argumentos dificultan la comprensión de la probabilidad. Esta dificultad se ve reflejada en que un alto número de estudiantes terminan considerándola difícil de aprender y de aplicar y por demás aburrida y compleja. A juicio de Sánchez y Valdez (2013), “se ha formado la creencia social de que la probabilidad es difícil de enseñar y de aprender” (p. 90). Algunos investigadores han mencionado diferentes causas sobre la razón de las dificultades que presentan los estudiantes para comprender los conceptos asociados con la probabilidad. Estrada y Batanero (2015) consideran que “algunos profesores y estudiantes para profesor de educación primaria pueden sentirse inseguros al enseñar la probabilidad a los niños, por no haber recibido suficiente formación sobre didáctica de la probabilidad o no tener experiencia en su enseñanza” (p. 239), desde esta misma perspectiva hay quienes creen que el conocimiento de algunos docentes, para impartir la asignatura, es escaso (Batanero *et al.*, 2016; Inzunza, 2014; Vásquez y Alsina, 2014).

De acuerdo con Rodríguez-Alveal *et al.* (2018), el poco espacio que brindan los libros de texto para fortalecer el pensamiento probabilístico también se convierte en un obstáculo para su aprendizaje, al igual que las creencias y los sistemas de creencias de los estudiantes “que entran en conflicto con la práctica disciplinaria normativa; estos sistemas de creencias incluyen elementos como mitos, supersticiones, animismo y determinismo” (Groth *et al.*, 2021, p. 242).

## Creencias sobre probabilidad

En años recientes se ha despertado un particular interés sobre el estudio de las creencias, principalmente en investigaciones sobre resolución de problemas en los niveles de la escuela primaria y en la educación secundaria (Fajardo-Valencia y Benitez Mojica, 2020), el estudio de la probabilidad no ha estado exento de este fenómeno. Investigaciones como la de Sánchez y Valdés (2013) por ejemplo, consideran que existe un tipo de razonamiento probabilístico informal, que “es el modo en que los estudiantes utilizan sus conocimientos y creencias para entender y argumentar la respuesta a una pregunta, la solución a un problema o la verdad de un enunciado probabilístico” (p. 92), lo que coincide con los planteamientos de Schoenfeld (1985), quien considera que todo lo que una persona piense acerca de las matemáticas, o de una parte de ella, determinará la forma como selecciona los recursos y las estrategias para resolver un problema. El mismo Schoenfeld (2016) hace notar, que las creencias acerca de las matemáticas son la perspectiva desde la cual cada persona se acerca al mundo matemático y pueden llegar a determinar la forma, los procedimientos, el tiempo e intensidad del esfuerzo con que abordará un problema dado.

Otro aspecto que señala Schoenfeld (2016), es que las creencias se abstraen de las propias experiencias y de la cultura en la que uno está inmerso, y recalca que los estudiantes construyen sus creencias sobre las matemáticas formales, su sentido de la disciplina, en gran medida de las experiencias vividas en el aula, todo esto se refleja en el tipo de razonamientos de los estudiantes al enfrentarse a la resolución de un problema o una tarea dada, lo que hace importante identificar el nivel de razonamiento en el que se encuentran cuando se generan estrategias de mejoramiento necesarias para la comprensión de algunos conceptos en dominios específicos de las matemáticas.

Estudios de investigación desde diferentes perspectivas teóricas y contextos culturales muestran que los estudiantes tienden a tener ciertas creencias sobre la probabilidad que impactan negativamente su aprendizaje (Ang y Shahrill, 2014; Sharma, 2016). Gal y Ginsburg (1994) sostienen que las dificultades con el aprendizaje de la probabilidad y la estadística en general se deben a factores no cognitivos, entre los que se destacan las creencias inapropiadas, que impiden el desarrollo de intuiciones y aplicaciones estadísticas de los estudiantes. Kahneman y Tversky (1972) argumentan que las creencias pueden influir en los juicios de los individuos sobre la probabilidad de eventos; Amir y Williams (1999) indican que las creencias hacen parte del conocimiento informal que los estudiantes traen a la escuela y que incide significativamente cuando se piensa en situaciones probabilísticas.

Batanero (2006) afirma que la importancia de la enseñanza de la probabilidad radica en educar el razonamiento probabilístico necesario para enfrentarse al azar en la vida cotidiana y mejorar las intuiciones de los estudiantes, desde esta perspectiva algunos investigadores se han empeñado en favorecer procesos de razonamiento probabilístico (García y Sánchez, 2013; Gómez-Chacón, 2003; Jones *et al.*, 1997; Polaki, 2002; Sánchez y Landín, 2014; Stanovich *et al.*, 2008; Watson *et al.*, 1997). En este estudio se tiene en cuenta al respecto una clasificación propuesta por Sánchez y Benítez (1997), la cual se fundamenta en cinco niveles de razonamiento utilizados por los estudiantes, al momento de enfrentarse a problemas que involucran el concepto de probabilidad, de acuerdo con la Tabla 1.

**Tabla 1.** Niveles de razonamiento probabilístico

Nivel	Agrupa a las personas que...
Impredicción	Al estar en situaciones de azar, les es completamente imposible predecir resultados
Determinístico	Explican el comportamiento de los fenómenos de azar, mediante alguna causa poderosa que los rige. - Física - Mítico/Mágica - Empírica
Mecánico	Incorporan constructos de la Matemática para explicar fenómenos de azar, pero la cita se hace fuera de contexto.
Pre-rigor	Utilizan argumentos desde el punto de vista matemático, alejándose del pensamiento determinístico. Tienen, por lo menos, un terreno abonado para iniciar la discusión de fenómenos probabilísticos. Se notan rasgos de pensamiento combinatorio, son capaces de avizorar resultados, su mente tiene la capacidad de combinar parcialmente resultados, ve más de una posibilidad de que el fenómeno suceda, pero no encuentra todos los resultados posibles o ve más de los que son realmente a causa de las falacias que rondan su pensamiento.
Rigor	Utilizan, correctamente, diferentes representaciones para explicar el comportamiento del suceso y, dependiendo de la naturaleza del problema, pueden apoyarse en tablas, gráficas, diagramas, ecuaciones y otros recursos matemáticos.

**Fuente.** Sánchez y Benítez (1997).

Sobre la base de los argumentos anteriores, se presentan los resultados de un estudio que busca identificar las creencias iniciales que tienen los estudiantes de sexto grado de secundaria sobre el concepto de probabilidad y determinar su incidencia en el aprendizaje formal en este campo de la Educación Matemática.

## Metodología

Esta investigación es un estudio de tipo cualitativo y exploratorio, en el que se busca obtener información a partir de las respuestas de un grupo de 16 estudiantes de sexto grado de Educación Básica Secundaria de la Institución Educativa oficial José María Carbonell (educación gratuita y administrada por el estado) de la ciudad de Cali, Colombia.

Las actividades propuestas se realizaron durante las clases regulares de la asignatura de matemáticas en las que participaron 8 mujeres y 8 hombres, todos pertenecientes a un rango de edades entre los 11 y 14 años de edad. Por el carácter público de la institución, los estudiantes provienen de diferentes sectores de la ciudad, perteneciendo así a distintos niveles socioeconómicos.

La institución está direccionada por los Lineamientos Curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), los estándares de competencias y los derechos básicos de aprendizaje propuestos por ese mismo Ministerio (2006), en donde se destaca el pensamiento probabilístico (aleatorio y sistemas de datos) como un componente fundamental en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, y se propone que los aprendizajes que permitan desarrollar este tipo de pensamiento deben estar presentes en el currículo desde grado primero de Educación Básica hasta el último grado de Educación Secundaria.

Los instrumentos utilizados para la recolección de los datos fueron: un cuestionario y entrevistas semi estructuradas focalizadas en algunos estudiantes. El cuestionario estuvo dividido en tres partes: la primera conformada por ocho preguntas de selección múltiple, tres de ellas relacionadas con el espacio muestral y la probabilidad de un evento, y cinco basadas en comparaciones de probabilidad. Se solicitó a los estudiantes justificar por escrito cada una de sus respuestas. En la segunda parte se propusieron 10 situaciones asociadas a la probabilidad, con opción de respuesta escalar, en donde se pidió a los estudiantes que en cada una de las situaciones manifestaran si estaban muy de acuerdo (MA), de acuerdo (A), en desacuerdo (D) o totalmente en desacuerdo (TD). La tercera parte estuvo compuesta por 10 preguntas dicotómicas en donde además de responder si o no, el estudiante debía justificar por escrito el porqué de su respuesta.

El cuestionario se aplicó a los estudiantes directamente por el docente responsable de la asignatura, en presencia del investigador. Para realizar la actividad se asignó un tiempo de 30 minutos para cada una de las secciones del cuestionario.



Los estudiantes fueron entrevistados por el investigador de manera individual, teniendo como base las respuestas a las preguntas y las justificaciones presentadas en el cuestionario. Los datos fueron recogidos con los instrumentos mencionados, y a partir de las respuestas y sus justificaciones, se realizó un análisis descriptivo sobre sus decisiones, seguido de un análisis de contenidos centrado en sus argumentaciones con el fin de determinar el posible nivel de razonamiento probabilístico de los estudiantes y la identificación de algunas de sus creencias.

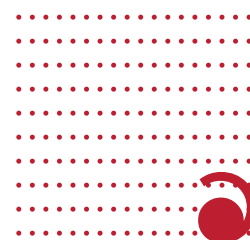
## Resultados

El análisis de los datos durante la primera parte del cuestionario se encaminó a identificar una línea base para la investigación. En la Tabla 2 se observan los porcentajes de respuestas correctas (RC) e incorrectas (RI) dadas por los estudiantes durante la primera sección del cuestionario. Esto permitió identificar las fortalezas y debilidades que presentan frente a conceptos asociados de manera normativa con la probabilidad para su nivel escolar.

**Tabla 2.** Porcentaje de respuestas correctas (RC) e incorrectas (RI) Primera parte del cuestionario.

Número de Pregunta	RC	RI
1	56.25%	43.75%
2	12.50%	87.50%
3	37.50%	62.50%
4	37.50%	62.50%
5	12.50%	87.50%
6	25%	75%
7	6.25%	93.75%
8	25%	75%

**Fuente:** Elaboración propia



Las justificaciones dadas a sus respuestas fueron clasificadas de acuerdo con los niveles de impredeción, determinismo, mecánico, pre-rigor y rigor, propuestos por Sánchez y Benítez (1997). A continuación, se presenta el análisis uno a uno de los ítems del cuestionario aplicado a los estudiantes:

**Pregunta 5.** En el juego de parqués se lanzan dos dados y se suman los puntos resultantes. Juan es un estudiante de quinto grado y está jugando parqués con sus amigos. A Juan le faltan dos fichas para terminar el juego, una a 7 puntos y la otra a 5 puntos. Al lanzar los dos dados y sumar los puntos resultantes, que es más probable que ocurra:

- a. Que la suma sea 7 puntos.
- b. Que la suma sea 5 puntos.
- c. Los dos eventos tienen la misma probabilidad de ocurrir.
- d. Es imposible predecir cuál de los dos eventos tiene mayor probabilidad de ocurrir.
- e. No sé.

Algunas justificaciones de los estudiantes a las respuestas de la pregunta 5 fueron:

1. Nivel de impredeción.

*Estudiante 2:* es imposible predecir, los dados pueden caer de cualquier forma.

*Estudiante 5:* No se puede saber exactamente cuál sería la suma.

*Estudiante 6:* Uno no puede saber, tendríamos que hacer un experimento. Este tipo de respuestas se clasificó en el nivel de impredeción, para este grupo de estudiantes fue completamente imposible predecir resultados al enfrentarse a situaciones de azar.

2. Nivel determinístico.

*Estudiante 2:* Es más probable que la suma sea siete, ya que el cinco es más difícil.

*Estudiante 4:* Es difícil predecir, uno no siempre tiene suerte.

Este tipo de respuestas de los estudiantes, explican el comportamiento de fenómenos de azar a partir de causas como la suerte, el número preferido o el número que comúnmente sale. Se observa que las creencias de los estudiantes pueden afectar el razonamiento probabilístico normativo.

3. Nivel mecánico

*Estudiante 10:* Es probable que la suma sea 7, porque es un número que no está como el cuatro que solo con un dado puede pasar, en este caso el siete necesita dos dados.

En este tipo de justificaciones, los fenómenos de azar, se explican con argumentos fuera de contexto, no se presentan elementos que soporten las afirmaciones y aunque los resultados pueden ser correctos, no se puede garantizar la comprensión de la situación que se aborda.

## 4. Nivel de pre-rigor

*Estudiante 12:* En la suma del número 7 hay más posibilidades, en cambio con el número 5 solo hay 2 posibilidades.

Los argumentos presentados en este caso, evidencian rasgos de pensamiento combinatorio, los estudiantes son capaces de predecir algunos resultados, observan más de una posible solución al problema.

## 5. Nivel de rigor.

Respecto a la pregunta 5, no se encontraron respuestas ni justificaciones que pudieran clasificarse en este nivel de razonamiento. Tampoco se observaron representaciones gráficas, ni el uso de fórmulas, ni se establecieron relaciones que permitieran evaluar la probabilidad de un evento.

En la Tabla 3, se presentan los porcentajes de respuestas de los estudiantes de acuerdo con las categorías de niveles de razonamiento probabilístico establecidas. El análisis de la información indica que los estudiantes se ubican, en su gran mayoría, en los niveles de impredeción y determinismo y sólo unos pocos se aproximan a un razonamiento probabilístico de pre-rigor.

**Tabla 3.** Porcentajes de respuestas según niveles de razonamiento probabilístico.

## Cuestionario parte 1

Pregunta	Impredeción	Determinístico	Mecánico	Pre-rigor	Rigor
P1	18.75	43.75%	0	37.5%	0
P2	62.50%	31.25%	0	6.25%	0
P3	25%	43.75%	0	31.25	0
P4	81.25%	6.25%	6.25%	6.25%	0
P5	75%	12.5%	6.25%	6.25%	0
P6	56.25%	37.5%	0	6.25%	0
P7	93.75%	6.25%	0	0	0
P8	31.25	43.75%	6.25%	18.75	0

**Fuente:** Elaboración propia

El análisis de los datos en las siguientes secciones del cuestionario, apuntan a identificar algunas creencias emergentes de los estudiantes a partir de su aproximación a situaciones que involucran decisiones y juicios sobre probabilidad. En la Tabla 4 se presentan los porcentajes de respuestas a 10 situaciones asociadas a la probabilidad, con opción de tipo escalar, en dónde se pide a los estudiantes que en cada una de las situaciones manifiesten si están muy de acuerdo (MA), de acuerdo (A) en desacuerdo (D) o totalmente en desacuerdo (TD) con la afirmación.

**Tabla 4.** Porcentajes de respuestas a situaciones asociadas a la probabilidad

En cada una de las siguientes frases indica si estás muy de acuerdo (MA), de acuerdo (A) en desacuerdo (D) o totalmente en desacuerdo (TD). Marca con X sobre la opción que escojas.				
1. Algunas personas tienen mucha más suerte en las rifas y en los juegos de dados que otras.	MA 31.25%	A 50%	D 12.5%	TD 6.25%
2. Al participar en una rifa, hay más posibilidades de ganar cuando apostamos a nuestro número de la suerte.	MA 0%	A 43.75%	D 37.5%	TD 18.75%
3. Si compro un boleto para participar de un sorteo, las posibilidades de ganar son mayores si compro el número de mi fecha de cumpleaños (día y mes) que el número 567.	MA 6.25%	A 18.75%	D 43.75%	TD 31.25%
4. En un juego de mesa, la manera como se arrojan los dados es importante para obtener el número ganador.	MA 0%	A 43.75%	D 37.5%	TD 18.75%
5. Cuando lanzo una moneda y deseo que caiga en cara, generalmente la lanzo desde mi mano también en cara.	MA 12.5%	A 37.5%	D 43.75%	TD 6.25%
6. Una persona tuvo muchas dificultades esta semana: sufrió un accidente automovilístico, extravió sus documentos de identidad, perdió el trabajo y se peleó con la novia, todo esto sucedió porque era su destino.	MA 18.75%	A 31.25%	D 6.25%	TD 43.75%
7. Si una persona gana la lotería hace un mes y esta semana la vuelve a ganar, es por voluntad de Dios.	MA 6.25%	A 56.25%	D 31.25%	TD 6.25%
8. Usted se encuentra jugando, acompañado de sus amigos, con un parqués que no tiene vidrio. De las cinco partidas que jugó con sus amigos usted no ganó ninguna, un argumento para dicho fracaso podría ser que la falta del vidrio en el parqués hace que los dados tomen valores que normalmente no tomarían.	MA 0%	A 12.5%	D 37.5%	TD 50%
9. Si tenemos una moneda de mil pesos en la mano, al lanzarla al aire es más probable que salga cara porque por ese lado la moneda pesa más.	MA 0%	A 18.75%	D 37.5%	TD 43.75%
10. Al igual que muchas personas, creo que los martes trece son de mala suerte.	MA 0%	A 6.25%	D 37.5%	TD 56.25%

**Fuente:** Elaboración propia

Se observa en el ítem 1 que el 81,5% de los estudiantes encuestados creen que algunas personas tienen más suerte que otras al participar en algún tipo de sorteo, el ítem 2 informa que el 43.75% de los estudiantes apostarían al número de la suerte, sin embargo, cuando la suerte está asociada a ocasiones particulares como el martes trece o el cumpleaños de una persona, se observa una disminución porcentual en esta creencia.

De acuerdo con la información obtenida, se destaca que los estudiantes creen en Dios y el destino para justificar resultados de eventos asociados con la incertidumbre. Esto se refleja en las respuestas a los ítems 6 y 7 con porcentajes de aceptación que superan el 50%, asimismo se evidencia que los estudiantes creen que tener control sobre los dispositivos generadores de aleatoriedad puede dar respuesta a algunos problemas que involucran la probabilidad, como se observa en las respuestas a los ítems 4 y 5.

En la Tabla 5 se muestran los resultados porcentuales de las respuestas dadas a diez preguntas dicotómicas, que se plantean desde la toma de decisiones sobre eventos asociados con el razonamiento probabilístico.

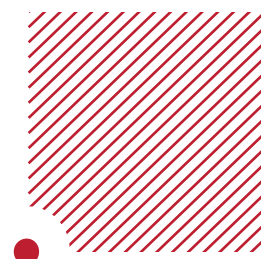
**Tabla 5.** Porcentajes de respuestas dicotómicas asociadas a situaciones probabilísticas

Al responder las siguientes preguntas selecciona sólo una de las opciones, marca con una X y justifica tu respuesta.		
1. ¿Has utilizado en alguna ocasión un amuleto?	SI 50%	NO 50%
2. Usted va a comprar una rifa y le ofrecen el número 111. ¿Usted compraría ese número?	SI 56.25%	NO 43.75%
3. ¿Crees en alguna superstición o agüero?	SI 25%	NO 75%
4. ¿Consideras que hay cosas imposibles?	SI 62.5%	NO 37.5%
5. Si seleccionas cuatro números de la lotería y con ellos te ganas el premio mayor, ¿volverías a apostar con los mismos números?	SI 25%	NO 75%
6. ¿Al lanzar dos dados, es más fácil obtener 5 y 6 que obtener 6 y 6?	SI 43.75%	NO 56.25%
7. Si lanzas una moneda cuatro veces y los resultados son Cara, Cara, Cara y Cara. ¿Lo más probable es que para el siguiente lanzamiento salga nuevamente Cara?	SI 43.75%	NO 56.25%

8. Cuando se lanzan dos dados al mismo tiempo, ¿Es más probable que salga 2 que 12, cuando se suman los números de las caras superiores de los dados?	SI 18.75%	NO 81.25%
9. En un juego de dados, se lanzan dos dados y se suman los puntos resultantes. Las opciones de sumas son: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. ¿Estos números tienen la misma probabilidad de salir?	SI 75%	NO 25%
10. En un juego de dados, se lanzan dos dados. Al restar los valores el primer jugador gana siempre si obtiene 1, 2 o 3 y el segundo jugador gana si obtiene 4 o 5. ¿El ganador siempre será el segundo jugador?	SI 31.25%	NO 68.75%

**Fuente:** elaboración propia

Los estudiantes además de responder las preguntas, realizaron sus respectivas justificaciones, algunas fueron objeto de análisis a profundidad por medio de entrevistas semiestructuradas. Entre las justificaciones a la pregunta 1 ¿Has utilizado en alguna ocasión un amuleto? Destacamos las siguientes:



*Estudiante 5:* Sí. Lo utilizo porque mi amiga y yo lo tenemos, yo uso el de mi amiga y ella el mío.

*Estudiante 7:* Sí. Pero religiosos, pero no creo que tengan más poder que una oración o que Dios y no creo en cuarzos o amuletos como el *yin yang*.

*Estudiante 8:* Sí. Pero cuando era más pequeña, me lo dio mi mamá, luego lo perdí.

*Estudiante 11:* Sí. A veces sólo porque me gustan, otros sólo para ver si me dan suerte.

Este tipo de justificaciones muestran que las creencias de los estudiantes pueden influir en su razonamiento probabilístico. Expresiones socialmente aceptadas y relacionadas con los resultados de experimentos aleatorios como las buenas o malas energías, algunas supersticiones y creencias religiosas pueden definir la manera como los estudiantes se enfrentan a un evento aleatorio. A continuación, se muestra un fragmento de una entrevista aplicada a uno de los estudiantes con base en su respuesta a la pregunta 2.

*Investigador:* En la respuesta a la segunda pregunta manifestaste que no comprarías el número 111, porque casi nunca cae.

*Estudiante:* Sí, esa fue mi respuesta.

*Investigador:* Ahora escribamos estos números en el tablero (escribe los números 111, 345, 428). Entonces imagínate que tú quieres comprar un billete de lotería y nada más quedan esos números. ¿Cuál de esos tres comprarías?

*Estudiante:* El 428

*Investigador:* ¿Por qué ese y no el 111?

*Estudiante:* Ese número no existe

*Investigador:* ¿Qué quieres decir con que no existe?

*Estudiante:* O sea, nunca sale

*Investigador:* ¿Por qué ese y no el 345?

*Estudiante:* No, porque son números seguidos y esos menos van a salir.

Se observó en las justificaciones y entrevistas a los estudiantes, que sus argumentos son de tipo determinista, fundamentados en experiencias previas o tomadas de su entorno sociocultural, lo que dificulta la comprensión de los conceptos normativos de la probabilidad y por ende los procesos de enseñanza y aprendizaje de este dominio de la educación matemática.

## Conclusiones

Como se planteó al inicio del documento, el objetivo del estudio se centró en identificar las creencias iniciales que tienen los estudiantes de sexto grado asociadas con el concepto de probabilidad y determinar su incidencia en el aprendizaje formal en este campo. Los hallazgos de la investigación muestran que los estudiantes al enfrentarse a situaciones, tareas o problemas que involucran este concepto, construyen creencias, en ocasiones erróneas, basadas en experiencias adquiridas generalmente por fuera del contexto escolar.

Durante el desarrollo del estudio y a partir de los datos obtenidos en el proceso de indagación se destacan algunas creencias de los estudiantes que pueden ir en contra de la comprensión del concepto normativo de probabilidad, ellas son: algunas personas tienen más suerte que otras, el destino determina resultados sobre las situaciones de incertidumbre que se presentan en el día a día de las personas. La voluntad de Dios puede incidir en el resultado de eventos aleatorios, el control que se tiene sobre artefactos generadores de aleatoriedad como los dados y las monedas pueden determinar el éxito o el fracaso en un experimento probabilístico.

Los resultados concuerdan con investigaciones previas como las realizadas por Sharma (2016); Fischbein y Schnarch (2016); Amir y Williams (1999) entre otros, quienes consideran que las creencias de los estudiantes adquiridas y

fortalecidas en el entorno sociocultural afectan la comprensión sobre algunos conceptos formales de probabilidad.

Este estudio alerta a los profesores involucrados en el campo de la Educación Matemática, frente a la importancia de indagar sobre las creencias que pueden tener los estudiantes, previo al diseño de materiales o estrategias didácticas, ya que estas pueden convertirse en un apoyo significativo para la construcción de conocimiento o en un obstáculo para el desarrollo de procesos de comprensión de conceptos matemáticos.

## Referencias bibliográficas

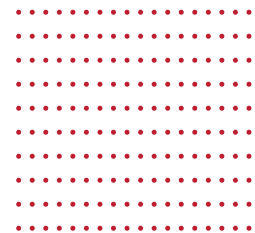
- Amir, G., y Williams, J. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 85–107. [https://doi.org/10.1016/s0732-3123\(99\)00018-8](https://doi.org/10.1016/s0732-3123(99)00018-8)
- Ang, L. H., y Shahrill, M. (2014). Identifying Students' Specific Misconceptions in Learning Probability. *International Journal of Probability and Statistics*, 3(2), 23–29. <http://article.sapub.org/10.5923.j.ijps.20140302.01.html>
- Barragues J. y Guisasola, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica. *Educación Matemática*, 21(3), 127–162. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4419204>
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar* (pp. 1-17). Sociedad de Educación Matemática Thales. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ConferenciaThales2006.pdf>
- Batanero, C. (2016). Retos en la investigación sobre didáctica de la probabilidad. En E. Mariscal (Coord.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 844-851). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://www.clame.org.mx/actas.html>
- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., y Sánchez, E. (2016). Research on Teaching and Learning Probability. In *Research on Teaching and Learning Probability* (pp. 1-33). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3_1)
- Ben-Zvi, D. (2018). Foreword. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris y E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education: supporting early statistical and probabilistic thinking* (pp. vii–viii). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7>
- Budgett, S., y Pfannkuch, M. (2019). Visualizing Chance: Tackling Conditional Probability Misconceptions. In G. Burrill, y D. Ben-Zvi (eds), *Topics and Trends in Current Statistics Education Research* (pp. 3–25). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-03472-6\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-03472-6_1)





- Estrada, A., y Batanero, C. (2015). Construcción de una Escala de Actitudes hacia la Probabilidad y su Enseñanza para Profesores. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 239-247). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. <http://hdl.handle.net/10045/51393>
- Fajardo-Valencia, A., y Benitez Mojica, D. (2020). Influencia de las creencias de los estudiantes en la resolución de problemas en educación matemática. *Revista de Educación Matemática*, 35(3), 21-36. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/28106>
- Fischbein, E., y Schnarch, D. (2016). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105. <https://doi.org/10.2307/749665>
- García, J., y Sánchez, E. (2013). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a una situación básica de variable aleatoria y distribución. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Artega (Eds.), *Actas de Las Jornadas Virtuales de Didáctica de La Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 417-424). Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/Actas%20jornadas.pdf>
- Gal, I., y Ginsburg, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning statistics: Towards an assessment framework. *Journal of Statistics Education*, 2(2), 1-16. <https://doi.org/10.1080/10691898.1994.11910471>
- Gómez-Chacón, I. (2003). La Tarea Intelectual en Matemáticas. Afecto, Meta-afecto y los Sistemas de Creencias. *Boletín de La Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225-248. <https://eprints.ucm.es/id/eprint/21577/1/IGomez8.pdf>
- Gómez Torres, E. (2016). *Estadística y Probabilidad en el Currículo Colombiano Para Educación Básica y Media*. En *XXVI Simposio Internacional de Estadística, 8 al 12 de agosto, Sincelejo, Colombia* (pp.1-5). <https://docplayer.es/42683957-Estadistica-y-probabilidad-en-el-curriculo-colombiano-para-educacion-basica-y-media.html>
- Groth, R. E., Austin, J. W., Naumann, M., y Rickards, M. (2021). Toward a theoretical structure to characterize early probabilistic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 33(2), 241-261. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00287-w>

- Inzunza, S. (2014). Geogebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. En *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, 12, 13 y 14 de noviembre, Buenos Aires, Argentina (pp. 1-11). Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. <https://docplayer.es/38490613-Geogebra-una-herramienta-cognitiva-para-la-ensenanza-de-la-probabilidad.html>
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., y Mogill, T. A. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 101–125. <https://doi.org/10.1023/A:1002981520728>
- Kahneman, D., y Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3(3), 430–454. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(72\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(72)90016-3)
- Maher, C. A., y Ahluwalia, A. (2014). Counting as a foundation for learning to reason about probability. In E. Chernoff, y B. Sriraman (Eds), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 559-580). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_30](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_30)
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En *Estándares Básicos de Competencias En Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden* (pp. 46–95). Ministerio de Educación Nacional. [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Nicolson, C. P. (2005). Is chance fair? A student's thoughts on probability. *Teaching Children Mathematics*, 12(2), 83–89. <https://doi.org/10.5951/TCM.12.2.0083>
- Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify mathematical practices associated with Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2(3), 357–370. <https://doi.org/10.1080/14926150209556526>
- Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D., y Vásquez-Ortiz, C. (2018). Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. *Estudios Pedagógicos*, 44(1), 135–156. <https://doi.org/10.4067/s0718-07052018000100135>





- Saldanha, L., y Liu, Y. (2014). Challenges of Developing Coherent Probabilistic Reasoning: Rethinking Randomness and Probability from a Stochastic Perspective. In E. Chernoff, y B. Sriraman (Eds), *Probabilistic Thinking. Advances in Mathematics Education* (pp. 367–396). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_20](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_20)
- Sanabria, G., y Núñez, F. (2017). La probabilidad como elemento orientador de la toma de decisiones. *Revista Digital. Matemática, Educación e Internet*, 17(2), 1–12. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v17i2.3079>
- Sánchez E. y Benítez, D. (1997). Algunos acercamientos al pensamiento probabilista de los alumnos. En R. M. Farfán (Ed.), *Actas de la Undécima Reunión de Matemática Educativa. Relme*, (pp. 157–161). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa CLAME. <https://www.clame.org.mx/documentos/alme%2011.pdf>
- Sánchez, E. y Landín, P. R. (2014). Levels of Probabilistic Reasoning of High School Students About Binomial Problems. In E. Chernoff, y B. Sriraman (Eds.). *Probabilistic Thinking. Advances in Mathematics Education* (pp. 581–597). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_31](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_31)
- Sánchez, E., y Valdés, J. (2013). La cuantificación del azar: Una articulación de las definiciones subjetiva, frecuencial y clásica de probabilidad. *Probabilidad Condicionada: Revista de Didáctica de la Estadística*, 1, 39–46.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press Inc.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Journal of Education*, 196(2), 1–38 <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Sharma, S. (2006). Personal Experiences and Beliefs in Early Probabilistic Reasoning: Implications for Research. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 1(1), 35–54. <https://doi.org/10.29333/iejme/170>
- Sharma, S. (2012). Cultural Influences in Probabilistic Thinking. *Journal of Mathematics Research*, 4(5), 63–77. <https://doi.org/10.5539/jmr.v4n5p63>
- Sharma, S. (2016). Probability from a socio-cultural perspective. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 126–144. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.244>

- Stanovich, K. E., Toplak, M. E., y West, R. F. (2008). The development of rational thought: A taxonomy of heuristics and biases. *Advances in Child Development and Behavior*, 36, 251-285. [https://doi.org/10.1016/S0065-2407\(08\)00006-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2407(08)00006-2)
- Vásquez, C., y Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 85, 5-23. <http://funes.uniandes.edu.co/3677/1/V%C3%A1squez2014Ense%C3%B1anzaNumeros85.pdf>
- Vásquez, C., y Alsina, A. (2017). Lenguaje probabilístico: Un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de educación primaria. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 454-478. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a22>
- Watson, J. M., Collis, K. F., y Moritz, J. B. (1997). The development of chance measurement. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 60-82. <https://doi.org/10.1007/BF03217302>

## Notas

- <sup>1</sup> Mg. en Gestión de Tecnología Educativa, Universidad de Santander, Bucaramanga, Colombia. Coordinador, Institución Educativa José María Carbonell, Cali, Colombia. Correo electrónico: [arnulfo\\_fajardo@carbonellcali.com](mailto:arnulfo_fajardo@carbonellcali.com) ORCID: [0000-0002-5294-1940](https://orcid.org/0000-0002-5294-1940)

