

ÁREA Y PERÍMETRO:
UNA EXPERIENCIA
Y UNA REFLEXIÓN
SOBRE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA EN
BÁSICA PRIMARIA Y
LA MEDIACIÓN DE LA
TECNOLOGÍA

Area and Perimeter: An Experience
and a Reflection on Mathematics
Education in Elementary School and
the Mediation of Technology

...

Área e perímetro: uma experiência
e uma reflexão sobre a Educação
Matemática no ensino fundamental e a
mediação da tecnologia

Por:

Leonel Monroy Guzmán¹

Departamento de Matemáticas,
Universidad del Valle, Cali, Colombia
leonel.monroy@correounivalle.edu.co

 ID: [0000-0001-8954-9726](https://orcid.org/0000-0001-8954-9726)

**María del Carmen Obregón
Mosquera²**

Institución Educativa Carlos Holmes
Trujillo, Cali, Colombia. d.anc.maria.obregon@cali.edu.co

 ID: [0000-0002-1359-5301](https://orcid.org/0000-0002-1359-5301)

Hendel Yaker Agudelo³

Departamento de Matemáticas y
Estadística, Universidad Icesi,
Cali, Colombia.

hyaker@icesi.edu.co

 ID: [0000-0002-8766-4410](https://orcid.org/0000-0002-8766-4410)

Dignora Domínguez Arboleda⁴

Institución Educativa Carlos Holmes
Trujillo, Cali, Colombia
d.cht.dignora.dominguez@cali.edu.co

 ID: [0000-0002-0361-0395](https://orcid.org/0000-0002-0361-0395)

Recepción: 25/08/2022 • **Aprobación:** 23/12/2022

Resumen: En una institución educativa de la ciudad de Cali, Colombia, se llevó a cabo una experiencia de clase de matemática con niños de quinto grado de educación básica primaria, apoyada en un Sistema de Geometría Dinámica (Geogebra). La experiencia fue orientada por dos de las coautoras de este artículo, y como parte de los resultados, se presentan en este artículo estrategias para ofrecer soluciones al problema clásico reportado por la literatura en educación matemática: *la confusión entre las nociones de área y perímetro* (problema A y P). Para ello, se empleó una estrategia investigativa de observación clínica, lo que implicó tres etapas: diagnóstico, mediación en el aula y diseño y aplicación de situaciones problema. Estas etapas, junto con el análisis de resultados, se presentan a lo largo del artículo, para finalmente exponer una reflexión sobre la situación actual de la educación básica primaria en nuestro medio, planteando una propuesta para actuar en consecuencia. Así, la intervención de las profesoras no solo ofrece una aproximación conceptual al problema A y P desde la perspectiva teórica de *solución de problemas*, sino que aporta elementos en la conformación de los nuevos marcos de referencia que deben soportar las decisiones institucionales sobre educación matemática en nuestro contexto actual. Se señalan aquí tres ejes centrales de discusión: la importancia del estudio de la geometría en la escuela básica, el rol de la tecnología en el aula de clase y la formación matemática de los profesores de primaria.

Palabras claves: Área; Perímetro; Tecnología; GeoGebra; Geometría.

Abstract: In an educational institution of the city of Cali, Colombia, we carried out a mathematics class experience with fifth graders, supported by a Dynamic Geometry System (Geogebra). The experience was guided by two of the co-authors of this article, and as part of the results, we present strategies in this article to offer solutions to the classic problem reported by literature in mathematics education: *the confusion between the notions of area and perimeter* (problem A and P). For this, we used a clinical observation research strategy, which implied three stages: diagnosis, mediation in the classroom, and design and application of problem situations. These stages, together with the analysis of the results, are presented throughout the article, to finally present a reflection on the current situation of elementary school education in our context, making a proposal to act accordingly. Thus, the intervention of the teachers not only offers a conceptual approach to the problem A and P from the theoretical perspective of *problem solving*, but also contributes elements in the conformation of new frames of reference that must support institutional decisions on mathematics education in our current context. Three central axes of discussion are pointed out here: the importance of the study of geometry in elementary school, the role of technology in the classroom, and mathematics education of elementary school teachers.

Keywords: Area; Perimeter; Technology, Geogebra, Geometry.

Resumo: Em uma instituição educativa da cidade de Cali, na Colômbia, realizou-se uma experiência na aula de matemática com crianças do quinto ano do ensino fundamental baseada em um Sistema de Geometria Dinâmica (GeoGebra). A experiência foi orientada por duas das coautoras deste artigo e, como parte dos resultados, apresentam-se neste artigo estratégias para oferecer soluções ao problema clássico reportado na literatura em educação matemática: a confusão entre as noções de área e perímetro (problema A e P). Para tal, empregou-se uma estratégia investigativa de observação clínica, que implicou três etapas: diagnóstico, mediação em aula e desenho e aplicação de situações-problema. Estas etapas, juntamente à análise de resultados, são apresentadas ao longo do artigo, que expõe ao final uma reflexão sobre a situação atual do ensino fundamental em nosso meio, fazendo uma proposta para agir em consequência. Assim, a intervenção das professoras não apenas oferece uma aproximação conceitual ao problema A e P da perspectiva teórica de *solução de problemas*, como contribui com elementos na conformação de novos marcos de referência que devem ser suporte para as decisões institucionais sobre educação matemática em nosso contexto atual. Indicam-se aqui três eixos centrais de discussão: a importância do estudo da geometria no ensino fundamental, o papel da tecnologia na sala de aula e a formação matemática dos professores da educação básica.

Palabras-chave: Área; Perímetro; Tecnología; GeoGebra; Geometría.



Esta obra está bajo la licencia internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0).

¿Cómo citar este artículo? / How to quote this article?

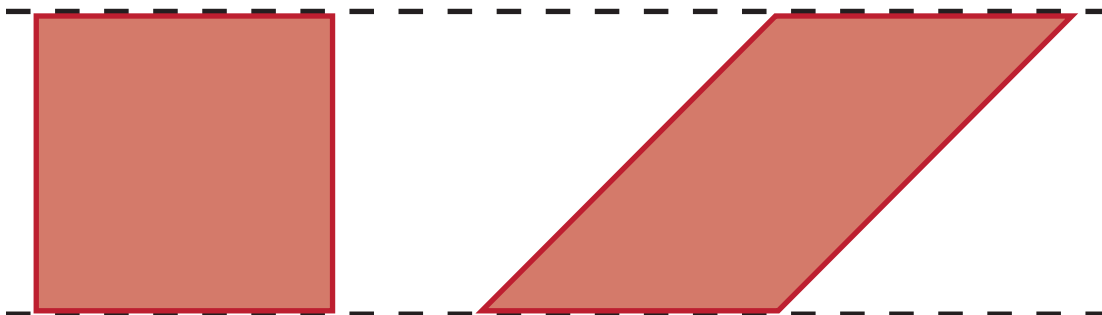
Monroy Guzmán, L., Obregón Mosquera, M. del C., Yaker Agudelo, H., y Domínguez Arboleda, D. (2021). Área y Perímetro: Una Experiencia y una reflexión sobre la Educación Matemática en Básica Primaria y la Mediación de la Tecnología. *Praxis, Educación y Pedagogía*, (7), e2052429. https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i7.12429

Introducción

Se presentan en este trabajo estrategias para ofrecer soluciones al problema clásico reportado por la literatura en Educación Matemática (Mántica *et al.*, 2002): *la confusión entre las nociones de área y perímetro* (problema A y P), que consiste en la dificultad para distinguir claramente dichas nociones entre sí.

La dificultad ilustrada en la Figura 1 no se manifiesta exclusivamente en los estudiantes de corta edad y tiene variadas manifestaciones: calcular el área y el perímetro de una figura y asignar el dato de mayor valor al área y el de menor valor al perímetro; juzgar el área de una figura por sus dimensiones lineales; inferir que dos figuras que tienen la misma área deben tener el mismo perímetro.

Figura 1. Problema de confusión Área-Perímetro. El estudiante le asigna más área a la figura de la derecha por tener mayor perímetro.



A 38 estudiantes del grupo 5-5 de la Institución Educativa Carlos Holmes Trujillo de la ciudad de Cali, donde se realizó la intervención, se les aplicó una prueba diagnóstica de 10 preguntas, que debían contestar de manera individual en un tiempo de 60 minutos. Entre los objetivos principales de las preguntas se encontraba el identificar el nivel que cada uno de los estudiantes manifestaba en competencias como: utilizar unidades de medida para expresar el área y el perímetro de figuras geométricas; reconocer expresiones (fórmulas) que permiten determinar el área; diferenciar el perímetro y el área de figuras geométricas, y conceptualizar las nociones de área y perímetro.

Con la aplicación de la prueba diagnóstica fue posible identificar algunas dificultades y concepciones erróneas en los estudiantes, como por ejemplo la creencia de que la forma de una figura determina la medida de su área o su perímetro; la estimación incorrecta de que una figura posee mayor área por tener mayor perímetro y viceversa; o el desconocimiento de las unidades de medida correspondientes al área y perímetro de las figuras. La mayoría de los estudiantes mostró dificultad para comunicar ideas por escrito. Solo un 10.8% de las respuestas fueron justificadas, mientras que el 83% de los estudiantes se basó en la *apariencia* de las figuras para concluir que tenían distinto perímetro. En términos generales, se puede decir que los estudiantes que presentaron la prueba no tenían una idea clara sobre las nociones de área y perímetro. Un primer acercamiento a la comprensión del problema A y P señala falencias en la contextualización de las experiencias de enseñanza, por el temprano uso de fórmulas y la ausencia de oportunidades para explorar los fundamentos espaciales y las interrelaciones entre estos conceptos.

Nuestro sistema educativo reconoce la importancia de la Geometría como el semillero de los procesos de pensamiento matemático; en los dominios de las nociones y relaciones geométricas hay una fuente natural de situaciones concretas de aprendizaje, que pueden sistematizarse en la escuela, mientras los niños exploran con curiosidad el espacio que los rodea con su diversidad de formas, tamaños y distancias. Según los estándares básicos de competencias que dan una guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden (Ministerio de Educación Nacional, 2006b), al terminar quinto grado de primaria, los niños deben estar en capacidad de reconocer congruencias y semejanzas entre figuras geométricas, y seleccionar unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones. El problema que pretendemos señalar aquí es que la realidad de nuestras Instituciones Educativas Oficiales (IEO) es mucho más compleja de lo que reflejan los documentos formales del Ministerio, pues la mayoría de los maestros de básica primaria no tienen las competencias disciplinares necesarias para guiar a los niños en esos primeros pasos del desarrollo del pensamiento matemático (Díaz Quezada y Poblete

Letelier, 2007; Murcia y Henao, 2015). En consecuencia, una gran parte de la propuesta curricular es simplemente evadida o, lo que puede ser peor, asumida como una receta que, sin la mediación de una reflexión adecuada, generalmente conduce a productos indeseados.

Las investigaciones en educación matemática que involucran el tema de incorporación de tecnologías tienden a establecer los marcos conceptuales y teóricos sobre el aprendizaje en estos nuevos entornos; la preocupación central es que los estudiantes establezcan conexiones entre el medio computacional y las matemáticas “oficiales”, las matemáticas que circulan en la escuela. Uno de los objetivos principales de esta investigación es consolidar una caracterización del conocimiento y del pensamiento matemático que se promueve con la tecnología, para orientar la toma de decisiones institucionales sobre inversión en innovación e infraestructura, diseño y flexibilidad curricular. Estos marcos de referencia están en construcción, todavía se están formulando las hipótesis centrales y adecuando los métodos de investigación. Es temprano para adoptar conclusiones definitivas y es necesario disponer de diferentes enfoques que orienten el planteamiento de las preguntas adecuadas. Por eso es relevante reportar los resultados de experiencias exploratorias en el ámbito académico, como la que registramos en el presente artículo.

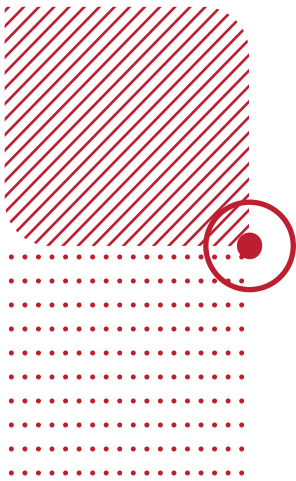
La Geometría como saber a enseñar

En términos didácticos hay una distinción entre el *saber sabio* o *saber matemático* y el *saber a enseñar*. El primero se refiere al saber alcanzado en la comunidad de matemáticos, y tiene una *génesis natural* en cuanto al desarrollo histórico del conocimiento como construcción sociocultural. El segundo es el saber que circula en la escuela, mediado por una serie de decisiones institucionales en contexto (cultura, ideología, economía y política), y reorganizado deliberadamente para facilitar su comunicación. El saber que finalmente se adquiere en las instituciones educativas tiene entonces una *génesis artificial* que depende, en última instancia, de la puesta en escena que se hace en el aula de clase, modelada por los recursos institucionales y los saberes y creencias de los profesores (Gómez Mendoza, 2005; Schoenfeld, 2016). La propuesta que surge a partir de estas consideraciones es que las decisiones de tipo curricular, utilizando los aportes de tipo epistemológico, tanto en la historia de las matemáticas como en la educación matemática, deben procurar afinar la relación entre las génesis artificiales y la génesis histórica de los conocimientos matemáticos (Sierpińska, 1988).

La geometría modeló por más de 2000 años el desarrollo del pensamiento matemático y sentó las bases para la consolidación de la Matemática como ciencia

(Dorier, 2000; Monroy Guzmán, 2011); este antecedente le otorga al estudio de la geometría un lugar de privilegio en cualquier propuesta curricular sobre enseñanza y aprendizaje de matemáticas en la escolaridad básica.

Desde Euclides siglo IV antes de nuestra era y hasta bien entrado el siglo XIX, la geometría no solo le presta su armazón lógico a las matemáticas, sino que le sirve de campo para plantearse nuevos problemas, explorar, hallar contraejemplos, imaginar y conjeturar nuevos resultados en otras ramas de la matemática como el álgebra; es por ello que en este momento histórico de la enseñanza de las matemáticas, hemos llegado a un consenso casi global, planteado de manera clara en el documento de la serie de lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (1998):



La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación. Desde esta perspectiva los énfasis en el hacer matemático escolar estarían en aspectos como: El desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas, así como el efecto que producen sobre ellas las diferentes transformaciones, el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a través de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problema que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional (p. 97).

Una experiencia en básica primaria

Como parte del proyecto de grado de Maestría en Educación, las maestras, que aparecen como coautoras de este documento, implementan una intervención en la Institución Educativa Carlos Holmes Trujillo de la ciudad de Cali. Consideramos que este trabajo constituye en sí mismo un aporte valioso para enriquecer la reflexión sobre la educación matemática en los primeros años de escolaridad, a la vez que presenta elementos de juicio a tener presentes en las actuales discusiones sobre la mediación de la tecnología en el aula de matemáticas. A continuación, presentamos, en las “voces” de los protagonistas, la narración de la experiencia en dos formatos: descripción formal y relato vivencial.

Descripción formal. Narración de la coautora 2, de este trabajo, docente tutora del Programa Todos a Aprender de la IE Carlos Holmes Trujillo.

Contexto. La experiencia se realizó con un grupo de estudiantes de quinto grado de la Sede Cristo Maestro perteneciente a la Institución Educativa Carlos Holmes Trujillo (jornada de la mañana) de la ciudad de Cali. Los estudiantes ya habían trabajado con el software Geogebra instalado en los computadores de la sala de sistemas, una hora a la semana durante un mes, en la clase de geometría. En un principio el trabajo se focalizó en el conocimiento de las funciones básicas del programa como puntos, rectas, segmentos y mediciones. Posteriormente, dentro de las situaciones problema se trabajaron algunas relaciones como el paralelismo y la perpendicularidad entre rectas. En las situaciones que se describen a continuación se pretende poner en juego un análisis de la interdependencia entre el área y el perímetro de figuras geométricas.

Situación problema 1: (se propone un trabajo individual a partir del enunciado):

Dos pinturas de un gran artista están en la colección de un museo de arte contemporáneo. Una tiene forma cuadrada y la otra forma rectangular⁵, cada una tiene un perímetro de 240 cm. Para proteger las dos obras mientras las transportan, el administrador del museo tiene que envolverlas en empaques plásticos de burbujas que las protejan. El administrador necesita saber los tamaños de las obras para lograr su objetivo.

Encuentra las medidas de cada pintura teniendo en cuenta que el área de la pintura rectangular es muy similar al área de la pintura cuadrada.

Situación problema 2: (se propone un trabajo individual a partir del enunciado):

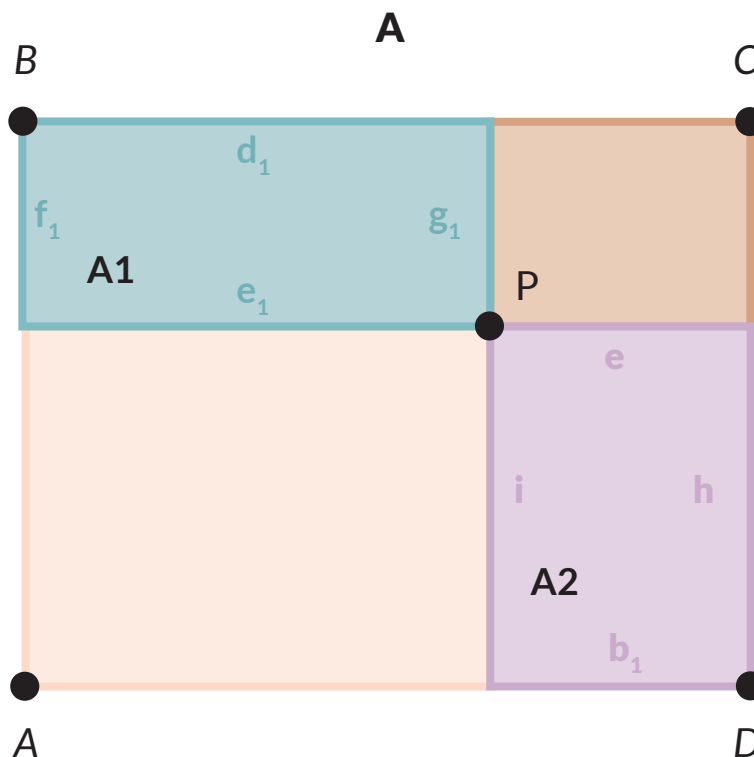
Juliana, después de mucho pensarlo, ha decidido reformar el jardín de su finca. Ella desea tener flores nuevas que llenen su vida de color. Para ello, ha decidido distribuirlo en tres partes con forma de rectángulos de diferentes tamaños. Juliana sabe que tiene suficiente tierra para cubrir 72 m^2 de terreno en cada uno de ellos. Ayúdala a Juliana a dibujar las tres partes del jardín y encuentra las medidas de sus perímetros de manera que pueda cercarlos con alambre y así evitar que dañen sus flores.

Situación problema 3: (se propone un trabajo por parejas a partir del enunciado):

En la interfaz de Geogebra pueden ver un rectángulo ABCD (ver Figura 2) que tiene un área **A** y un punto **P** en su interior sobre una de sus diagonales. Si por P se trazan rectas paralelas a cada

uno de los lados del rectángulo ABCD y se forman en su interior dos nuevos rectángulos, de diferente tamaño, con áreas **A1** y **A2**. Muevan el punto **P** y observen lo que sucede.

Figura 2. Rectángulo ABCD



Después de leer este enunciado junto con tu compañero o compañera:

- Hallen los perímetros y encuentren qué relación hay entre los perímetros de los rectángulos pequeños y el rectángulo más grande.
- Hallen las áreas y encuentren qué relación hay entre las áreas de los rectángulos pequeños y el rectángulo más grande.

Este tipo de situaciones pueden ser propuestas en ambientes de lápiz y papel, pero resulta de mayor trascendencia si se cuenta con programas de geometría dinámica como Geogebra, caracterizados por la posibilidad de “arrastrar” de los objetos y toma de medidas de estos (Drijvers *et al.*, 2009). Dichos aspectos permiten evidenciar la variación de una de las medidas mientras la otra permanece fija en las construcciones realizadas (Baccaglioni-Frank, 2019; Leung, 2008; Santos-Trigo *et al.*, 2021; Turgut, 2018). Se considera que para el grupo de estudiantes con los que se desarrolló la actividad, las situaciones descritas se constituyeron en situaciones problema, en tanto que les permitió utilizar los

conocimientos previos con que contaban y los instó a tomar decisiones sobre qué estrategias utilizar para encontrar las respuestas a las preguntas formuladas. Aunque el trabajo con el software ya era familiar para los estudiantes, dado el tipo de información ofrecida en los problemas, se hacía necesario hacer aclaraciones pertinentes a las nociones de área y perímetro.

Momentos de la intervención. Inicialmente se pidió a los estudiantes analizar los enunciados de las situaciones problema y tratar de explicar con sus propias palabras lo entendido por ellos. A continuación se les solicitó exponer las ideas que les surgen para resolver estos problemas, los posibles conceptos matemáticos que podrían usar para resolverlos y cómo los utilizarían; posteriormente se les invitó a resolver las situaciones problema usando el software Geogebra y describir con detalle cada paso realizado; si usaban gráficas, debían explicarlas y debían emitir opiniones sobre los resultados obtenidos, juzgando si sus respuestas tenían validez y si los procedimientos utilizados fueron apropiados (Santos-Trigo, 2010). Finalmente, se les solicitaba una reflexión sobre la evolución de sus estrategias, desde las inicialmente planteadas hasta las que los condujeron a las respuestas.

Después de cada sesión dedicada a la solución de las situaciones problema, se realizó una socialización de los resultados obtenidos, para dar lugar a la discusión de diversas soluciones para una misma situación planteada, lo que permitió la defensa, ante los compañeros del curso, de cada procedimiento utilizado. En último momento se realizó la etapa de institucionalización por parte de la docente, donde se enfatizó en las conclusiones obtenidas en cada sesión, los conceptos en juego, las relaciones, operaciones y la escritura formal pertinente en este nivel de escolaridad.

Evaluación. Para la evaluación de los desempeños de los estudiantes, así como la pertinencia de las situaciones, no se dio mucha importancia a la obtención de resultados correctos y se dirigió la atención hacia el uso de los recursos y las estrategias heurísticas y metacognitivas, en el sentido de Schoenfeld (2016), quien asegura que existen cuatro dimensiones que inciden en el proceso de resolución de problemas: estrategias cognitivas, recursos, estrategias metacognitivas y sistema de creencias. Utilizamos dos categorías de análisis:

Procesos cognitivos: en este tipo de escenario de situación problema y mediación de tecnología se favorece el uso de las estrategias cognitivas de los estudiantes: a) es posible que partan de sus conocimientos previos en el lenguaje natural y comiencen a introducir un poco el lenguaje formal de las matemáticas dentro de sus explicaciones y justificaciones. b) El uso del arrastre y las diversas herramientas con que cuenta el software permite a los estudiantes construir

conjeturas, hacer exploraciones y obtener conclusiones. Y c) el ambiente de geometría dinámica posibilita la argumentación y la descripción de los procedimientos utilizados por los estudiantes durante el proceso de resolución.

Procesos actitudinales: en este tipo de escenario los estudiantes exploran, por iniciativa propia, más allá de las tareas propuestas y están motivados a socializar sus hallazgos con el resto de la clase; se puede convertir el aula en un laboratorio donde se plantean conjeturas y se experimenta para validarlas o desecharlas durante la búsqueda de la solución de los problemas planteados.

Relato Vivencial. Narración de la coautora 4, docente del grupo objeto de estudio de la IE Carlos Holmes Trujillo: Inicialmente, a través de una prueba diagnóstica los estudiantes evidenciaron muchos vacíos en cuanto al manejo de las nociones de área y perímetro, pues tenían mucha confusión al respecto. Razón por la cual se decidió emprender un plan de mejora para lograr así desarraigar creencias erróneas en los estudiantes y carencias que eran evidentes en el manejo de conceptos y nociones geométricas.

Al aplicar las estrategias diseñadas en el trabajo de grado, se comenzó desde la reflexión suscitada a través de la inducción de la necesidad de medir, explorando desde las medidas antropométricas hasta llegar al uso de medidas convencionales, de esta manera los estudiantes se mostraron más interesados en su aprendizaje, ya que se encontraron con esta serie de experiencias, un aprendizaje que les permitía participar en la construcción de este.

En cuanto al uso de fórmulas los estudiantes daban poca importancia al uso de las mismas, pues no lo veían como un aspecto indispensable a la hora de justificar sus resultados. Posteriormente, ellos centraron más su interés en utilizar Geogebra y resolver las situaciones problemas con el uso de esta herramienta, lo cual les permitió poner en marcha dimensiones del proceso de resolución de problemas en el contexto de las nociones de área y perímetro.

Durante las actividades, los estudiantes se mostraron más dinámicos, reflexivos, desearon la pereza, ya que se interesaban en corregir sus errores, vieron que el proceso que pudieron haber implementado para resolver las situaciones problema no los llevaba a la respuesta acertada, razón por la cual debían devolverse a replantear sus estrategias. Dicha situación resultó más motivante con la ayuda del software, pues con lápiz y papel los estudiantes manifestaban pereza por regresar sobre los procedimientos utilizados, el solo hecho de querer usar las herramientas disponibles en el entorno dinámico los llevaba a querer persistir y no abandonar su proceso de aprendizaje. Además, no mostraron interés por

copiar las ideas de otros compañeros, sino que realmente querían lograr el objetivo usando la herramienta por su propia cuenta.

Esta experiencia también propició un mejor trabajo en equipo, ya que los estudiantes anteriormente venían presentando dificultades para trabajar entre ellos, pues luchaban por tener el control en las acciones grupales, dicha situación los llevaba a fuertes discusiones entre ellos, lo que obstaculizaba su proceso de aprendizaje colectivo. En su lugar, la implementación de GeoGebra les permitió lograr trabajar por un bien común que era el poder resolver la situación problema. De esta manera, se propició el diálogo, el aprendizaje colaborativo y cooperativo al tomar roles, que en algunos casos reflejaron cierto liderazgo, por otro lado, se reflejó autonomía, pues no esperaban que las docentes se acercarán para guiarlos, sino que sentían el impulso de intentar guiar a su compañero.

En cuanto al tiempo estipulado para cada sesión, se respetó el ritmo de aprendizaje de los estudiantes y el interés mostrado, al pedir no salir de la sala de sistemas hasta no culminar las actividades propuestas; mostraron mucha persistencia donde primó más su interés por aprender.

A raíz de ello se evidencia la importancia de dar los tiempos necesarios para este tipo de procesos, ya que no pueden ser interrumpidos por afanes institucionales como el cumplimiento de ciertos tiempos de carga u horarios académicos, los cuales no pueden primar antes que el deseo de aprender. No debe mecanizarse el proceso de enseñanza y aprendizaje, sino más bien permitir que se desarrolle el aprendizaje en el tiempo que el estudiante requiera para alcanzar sus objetivos. Esto permite que los estudiantes se motiven por mejorar las dificultades que presentan, tanto al detenerse a analizar una situación problema, como para justificar sus respuestas, pues, al concederles la oportunidad de comunicar sus ideas, permitiéndoles desarrollar la competencia argumentativa en las matemáticas, lo cual evidencia la transversalidad de los procesos educativos, y que las matemáticas no son independientes de otras áreas o disciplinas. Por otro lado, retomando el rol de los estudiantes, la posibilidad de hacer comparaciones con su entorno y hacer construcciones desde el programa, les permitió identificar, y diferenciar las nociones de área y perímetro, lo que se les dificultaba un poco en ambientes de lápiz y papel.



Conclusiones y reflexiones

Del trabajo presentado por las profesoras, extraemos algunos apartes que aparecen en el capítulo de conclusiones (Domínguez Arboleda y Obregón Mosquera, 2017):

- a. El uso de los sistemas de geometría dinámica (SGD), como lo manifiesta Santos Trigo (2019), es una excelente opción para la solución de situaciones problema que involucran nociones de geometría, en particular GeoGebra (Bu y Hohenwarter, 2015; Iranzo y Fortuny, 2011; Leung, 2017; Santos-Trigo *et al.*, 2019; Santos-Trigo *et al.*, 2021), le permite a los estudiantes corregir sus concepciones erróneas, cuando originan construcciones que se pueden arrastrar mostrando propiedades que cambian o se conservan según el caso. Precisamente, los estudiantes pudieron determinar que existen figuras con igual área y diferente perímetro o viceversa, posibilitándoles identificar la independencia de dichas nociones.
- b. Otro aspecto que surgió durante las intervenciones en el aula fue el trabajo colaborativo, donde los estudiantes de acuerdo a sus dificultades o habilidades establecieron roles que les permitieron llegar a acuerdos, hacer inferencias, comparaciones y conclusiones sobre el trabajo desarrollado. La docente se torna de esta manera en una orientadora y el protagonismo de la clase queda en manos de los estudiantes al construir sus propios saberes.
- c. En cuanto a la competencia de “resolución” que evalúa la prueba Saber (Ministerio de Educación Nacional, 2018), en el grado 5, es posible observar que los estudiantes mejoraron notablemente en el uso de recursos, las estrategias heurísticas. Gracias al uso de herramientas como el arrastre es posible que los estudiantes formulen y verifiquen conjeturas. La competencia de “comunicación” evaluada por la misma prueba requiere según los hallazgos, de mayor número de actividades en el aula que les permitan a los estudiantes desarrollar habilidades para la expresión de sus ideas.
- d. El desarrollo de actividades de este tipo requiere que los docentes estén dispuestos a asignar espacios de tiempo, tanto para el diseño de las actividades acordes a las necesidades de los estudiantes, como para el desarrollo de las mismas, esto incluye considerar aspectos como destinar el tiempo necesario para llevar a cabo las actividades solicitadas y desarrollar el proceso de aprendizaje, convenir los tiempos para el uso de los recursos logísticos, tener en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje, entre otros.

- e. El trabajo con los SGD permite a los estudiantes ver la evaluación como parte de su proceso de aprendizaje y no solo como un juicio de valor que busca calificarlos. Se recomienda la utilización de Geogebra por varias razones: en primer lugar, dicho software es gratuito y de fácil manejo tanto para docentes como estudiantes; en segunda instancia el potencial que tiene al visualizar la variación de medidas y la conservación de propiedades geométricas; y en tercer lugar la capacidad de mostrar diversos registros de representación.

En la propuesta curricular vigente del Ministerio de Educación Nacional se reconoce la importancia que tiene el desarrollo de los distintos tipos de *pensamiento matemático*: numérico, espacial, métrico, estocástico y variaciones. En los *Estándares básicos de competencias matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional, 2006a), se señala que tanto el pensamiento espacial como el métrico se construyen a través de la exploración activa y la modelación del espacio. Actualmente los maestros colombianos tienen a su disposición en las páginas de *Colombia Aprende* todas las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2008), como ya señalamos, la realidad en nuestras aulas es compleja. Podemos asumir el compromiso de formar a nuestros docentes ya nombrados en básica primaria (aquí presentamos una propuesta), pero aún nos quedan por lo menos dos situaciones anómalas, cuyo manejo requiere decisiones institucionales. En primer lugar, para atender a las exigencias internas de directivas escolares y padres de familia, nuestros maestros se han convertido en expertos burócratas que deben diligenciar cantidades de informes (en los términos de los formatos del MEN), no solo para dar cuenta de los planes de clase y mostrar evidencias de su ejecución, sino también para reportar los resultados de los estudiantes y los planes de acción en los casos de resultados no exitosos. En segundo lugar, para atender a las exigencias externas de indicadores oficiales, los maestros deben entrenar a sus alumnos para responder pruebas estandarizadas (Ministerio de Educación Nacional, 2018). Es un secreto a voces que los reportes entregados no reflejan la realidad de los procesos de aula y que el entrenamiento en pruebas estandarizadas es formal (técnicas heurísticas), casi al margen de contenidos temáticos.

El informe sobre innovación educativa en Colombia (Ministerio de Educación Nacional, 2016), destaca los avances en la vinculación de las nuevas tecnologías en las aulas de clase y señala la importancia del rol del profesor: “el docente continúa siendo el dinamizador fundamental del modelo y sus competencias son las que determinan el éxito de los programas de uso de las TIC y su contribución a la calidad” (p. 17). A pesar de las estadísticas optimistas del Ministerio de Educación, en los encuentros usuales entre profesores de distintas instituciones

educativas en ambientes extraoficiales circula otro tipo de información, por lo menos preocupante. Se habla de dotaciones tecnológicas empacadas en bodegas o simplemente subutilizadas, ya sea por malos manejos administrativos o por la carencia de profesores con las competencias tecnológicas o disciplinares necesarias para aprovecharlas y, se comenta también, de jornadas de capacitación que no cumplieron sus objetivos formativos y terminaron, muchas veces, en registros de asistencia con propósitos administrativos o legales. Los autores de este artículo coincidimos con la apreciación del rol fundamental del docente en el éxito de los programas educativos y creemos que es posible capacitar en matemáticas a nuestros docentes de básica primaria, a la vez que los incluimos en el nuevo universo de los debates educativos en la era de la tecnología. Nuestra propuesta se respalda en la existencia de una enorme comunidad académica, conectada en prácticamente todo el mundo, en cuya página (https://wiki.geogebra.org/es/Comentarios:GeoGebra_Institute_FAQ) se define:

Instituto Internacional GeoGebra (IIG) es una organización sin ánimo de lucro que proporciona software libre de matemáticas dinámicas y experiencias en acciones de formación, apoyo y el desarrollo de materiales para todos los estudiantes y maestros para mejorar las matemáticas, la ciencia y la tecnología a nivel mundial. Fomenta y promueve la colaboración entre profesionales e investigadores, buscando establecer comunidades de usuarios autosuficientes.

Desde febrero de 2016 existe en Cali el Instituto GeoGebra Cali IG Cali (<https://www.geogebra.org/u/igcali>), reconocido por el IIG como uno de sus afiliados regionales, con sede en Colombia, que tiene el aval para desarrollar actividades en el ámbito educativo, mediadas por el empleo del software GeoGebra, con el propósito de enriquecer y cualificar la enseñanza de las matemáticas. El IG Cali, que comparte los principios básicos de ser parte activa de una gran red de trabajo cooperativo, orientada por el espíritu de servicio, sin ningún interés comercial o lucrativo, viene adelantando diferentes actividades en la ciudad y municipios vecinos y pretende abrir una línea directa de comunicación con el sector oficial de educación, para ofrecer una alternativa de tratamiento a la señalada “complejidad” de la realidad en las aulas de nuestras instituciones educativas. La propuesta se apoya en un hecho simple: las características de GeoGebra como software de geometría dinámica, junto con el soporte institucional y académico que trae consigo, hace posible la transformación de nuestras aulas de matemáticas en básica primaria, potenciando la educación matemática de nuestros niños a la vez que se enriquece la formación disciplinar de nuestros maestros. En palabras de la coautora4:

Como docentes no podemos evadir las matemáticas, sino más bien buscar alternativas de formación y organizar planes de mejora para enriquecer nuestras prácticas de aula... para poner en marcha un programa como GeoGebra para mejorar los procesos de enseñanza – aprendizaje se requiere de la preparación y disposición por parte del docente, ya que la herramienta por sí sola no hace milagros.

Referencias bibliográficas

- Baccaglioni-Frank, A. (2019). Dragging, instrumented abduction and evidence, in processes of conjecture generation in a dynamic geometry environment. *ZDM*, 51(5), 779–791. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01046-8>
- Benítez Mojica, D. (2006). Formas de razonamiento que desarrollan estudiantes universitarios en la resolución de problemas con uso de tecnologías. [Tesis doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN].
- Bu, L., y Hohenwarter, M. (2015). Modeling for Dynamic Mathematics. In X. Ge, D. Ifenthaler, & J. M. Spector (Eds.), *Emerging Technologies for STEAM Education: Full STEAM Ahead* (pp. 355–379). https://doi.org/10.1007/978-3-319-02573-5_19
- Díaz Quezada, M. V. y Poblete Letelier, A. (2007). Competencias en profesores de matemática y estrategia didáctica en contextos de reforma educativa. *Números:Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, (68). <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2986526>
- Domínguez Arboleda, D. y Obregón Mosquera, M. del C. (2017). Caracterización del proceso de resolución de problemas en los estudiantes de grado 5 en el contexto de las nociones de Área y Perímetro de figuras geométricas con la mediación de Geogebra. [Tesis de maestría, Universidad Icesi]. Repositorio institucional Icesi: http://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/bitstream/10906/83480/1/T01287.pdf
- Dorier, J.-L. (Ed.). (2000). *On the Teaching of Linear Algebra*. Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/0-306-47224-4>
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M.-A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., ... Meagher, M. (2009). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study* (pp. 89–132). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7

- GeoGebra (s.f). Instituto GeoGebra Cali. <https://www.geogebra.org/u/igcali>
- GeoGebra (s.f).Comentarios:GeoGebra Institute FAQ. https://wiki.geogebra.org/es/Comentarios:GeoGebra_Institute_FAQ
- Gómez Mendoza, M. Á. (2005). La Transposición Didáctica: Historia de un Concepto. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 1(1), 83–115. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134116845006>
- Iranzo, N., y Fortuny, J. M. (2011). Influence of Geogebra on Problem Solving Strategies. In L. Bu y R. Schoen (Eds.), *Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra* (pp. 91–103). https://doi.org/10.1007/978-94-6091-618-2_7
- Leung, A. (2008). Dragging in a Dynamic Geometry Environment Through the Lens of Variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 135–157. <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9130-x>
- Leung, A. (2017). Exploring Techno-Pedagogic Task Design in the Mathematics Classroom. In A. Leung y A. Baccaglini-Frank (Eds.), *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks: Potential and Pitfalls* (pp. 3–16). https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_1
- Mántica, A. M., del Maso, M. S., Götte, M., y Marzoni, A. (2002). La confusión entre área y perímetro. Análisis de una propuesta áulica. *Educación Matemática*, 14(1), 111–119. <https://doi.org/10.24844/EM1401.07>
- Ministerio de Educación Nacional, M. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Serie Lineamientos Curriculares*, 108. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006a). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*, 46–95. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional, M. (2006b). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Revolución Educativa Colombia Aprende* (Primera). Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional, M. (2008). Orientaciones generales para la educación en tecnología. *Orientaciones Pedagógicas*, 32. <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/340033:Orientaciones-pedagogicas>
- Ministerio de Educación Nacional, M. (2016). *La innovación educativa en Colombia: Buenas prácticas para la Innovación y las TIC en Educación*. https://www.academia.edu/44789758/LA_INNOVACION%3%93N_EDUCATIVA_EN_COLOMBIA_Buenas_Practicas_para_la_Innovacion%3%B3n_y_las_TIC_en_educacion%3%B3n
- Ministerio de Educación Nacional, M. (2018). Pruebas Saber. Estándares Básicos de Competencia website: www.icfes.gov.co

- Monroy Guzmán, L. A. (2011). *El Álgebra Lineal en el contexto histórico de las Matemáticas* (Universidad del Valle). <https://tinyurl.com/wqubabm>
- Murcia, M. E., y Henao, J. C. (2015). Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 9(18), 23–30. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1909-83672015000200004&nrm=iso
- Santos-Trigo, M. (2010). A mathematical problem-solving approach to identify and explore instructional routes based on the use of computational tools. In *Technology Implementation and Teacher Education: Reflective Models* (pp. 295–311). <https://doi.org/10.4018/978-1-61520-897-5.ch017>
- Santos-Trigo, M. (2019). Mathematical Problem Solving and the Use of Digital Technologies. In P. Liljedahl y M. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical Problem Solving: Current Themes, Trends, and Research* (pp. 63–89). https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_4
- Santos-Trigo, M., Aguilar-Magallón, D., y Reyes-Martínez, I. (2019). A Mathematical Problem-Solving Approach Based on Digital Technology Affordances to Represent, Explore, and Solve problems via Geometric Reasoning. In P. Felmer, P. Liljedahl, y B. Koichu (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development* (pp. 145–166). https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_8
- Santos-Trigo, M., Barrera-Mora, F., y Camacho-Machín, M. (2021). Teachers' Use of Technology Affordances to Contextualize and Dynamically Enrich and Extend Mathematical Problem-Solving Strategies. *Mathematics*, 9(8), 793. <https://doi.org/10.3390/math9080793>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Sierpińska, A. (1988). Epistemological obstacles in teaching mathematics. *Didactica Mathematicae*, 8(01). <https://eudml.org/doc/295203>
- Turgut, M. (2018). How Does a Dynamic Geometry System Mediate Students' Reasoning on 3D Linear Transformations? In S. Stewart, C. Andrews-Larson, A. Berman, & M. Zandieh (Eds.), *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra* (pp. 241–259). https://doi.org/10.1007/978-3-319-66811-6_11

Notas

- ¹ Mg. en Ciencias Matemáticas, Universidad del Valle, Cali, Colombia. Profesor Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle, Cali, Colombia. Correo electrónico: leonel.monroy@correounivalle.edu.co. ORCID: [0000-0001-8954-9726](https://orcid.org/0000-0001-8954-9726)
- ² Mg. en Educación, Universidad Icesi, Cali, Colombia. Docente Tutora, Institución Educativa Carlos Holmes Trujillo, Cali, Colombia. Correo electrónico: d.anc.maria.obregon@cali.edu.co. ORCID: [0000-0002-1359-5301](https://orcid.org/0000-0002-1359-5301)
- ³ Mg. en Ciencias Matemáticas, Universidad del Valle, Cali, Colombia. Profesor Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Icesi, Cali, Colombia. Correo electrónico: hyaker@icesi.edu.co. ORCID: [0000-0002-8766-4410](https://orcid.org/0000-0002-8766-4410)
- ⁴ Maestría en Educación, Universidad Icesi, Cali, Colombia. Docente de Aula, Institución Educativa Carlos Holmes Trujillo, Cali, Colombia. Correo electrónico: d.cht.dignora.dominguez@cali.edu.co. ORCID: [0000-0002-0361-0395](https://orcid.org/0000-0002-0361-0395)
- ⁵ Los niños de esta experiencia diferencian el cuadrado del rectángulo por las relaciones de las longitudes de los lados. Les cuesta trabajo asimilar la clasificación general por el tipo de ángulos internos.

