

UNA REVISIÓN QUE CONECTA EL ENFOQUE DOCUMENTAL DE LA DIDÁCTICA Y LA MIRADA PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

A review that connects the
Documentary Approach of Didactics
and the Professional View of the
Mathematics Teacher

...

Uma revisão que conecta o Enfoque
Documental da Didática e o Olhar
Profissional do Professor de Matemática

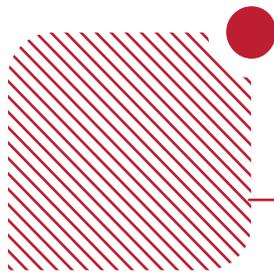
Por:

Gilbert Andres Cruz-Rojas¹

Facultad de Educación, Universidad del
Valle, Cali, Colombia.

gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co

 [0000-0001-7391-9462](https://orcid.org/0000-0001-7391-9462)



Recepción: 05/09/2022 • **Aprobación:** 15/02/2023

Resumen: Se presentan resultados de una revisión documental en el campo de la Educación Matemática que establece conexiones teóricas y metodológicas entre el Enfoque Documental de la Didáctica (EDD) y la Mirada Profesional del Profesor (MPP). La metodología utilizada contempló tres momentos: clasificación, selección y análisis, y como resultados se plantea que desde el EDD y la MPP se han realizado investigaciones que dan cuenta de las prácticas del profesor de matemáticas. Conceptualmente el EDD tiene raíces cognitivas que centran la atención en el sistema de recursos de un profesor y la MPP, por su parte, estudia la actividad situada del profesor. En las metodologías revisadas se identifica un interés compartido por el estudio de las lecciones. Los resultados muestran también la necesidad desde el EDD por conectar los procesos documentales de los maestros con los resultados de la instrucción, como las prácticas discursivas en el aula, el uso de tareas complejas y desafiantes, el aprendizaje conceptual, etc. Frente a la MPP se identifica la necesidad por comprender la diversificación y desarrollos metodológicos propios para fortalecer sus métodos de recolección de datos y de análisis tanto cualitativos como cuantitativos.

Palabras clave: Teoría de la educación; Metodología; Profesor; Matemáticas.

Abstract: We present results of a documentary review in the field of Mathematics Education that establishes theoretical and methodological connections between the Documentary Approach to Didactics (DAD) and the Professional View of the Teacher (PVT). The methodology used contemplated three moments: classification, selection and analysis, and as results it is stated that from DAD and PVT research has been carried out that accounts for the practices of the mathematics teacher. Conceptually, DAD has cognitive roots that focus attention on a teacher's resource system and the PVT, for its part, studies the teacher's situated activity. In the revised methodologies, a shared interest in the study of the lessons is identified. Results also show the need from DAD to connect the documentary processes of teachers with the results of instruction,

such as discursive practices in the classroom, the use of complex and challenging tasks, conceptual learning, etc. Faced with PVT, the need to understand diversification and own methodological developments is identified to strengthen its methods of data collection and analysis, both qualitative and quantitative.

Keywords: Educational theory; Methodology; Teacher; Mathematics.

Resumo: Apresentam-se os resultados de uma revisão documental no campo da Educação Matemática que estabelece conexões teóricas e metodológicas entre a Abordagem Documental do Didática (ADD) e o Olhar Profissional do Professor (OPP). A metodologia utilizada contemplou três momentos: classificação, seleção e análise; como resultados, propõe-se que a partir da ADD e do OPP as pesquisas realizadas dão conta das práticas do professor de matemática. Conceitualmente, a ADD têm raízes cognitivas que centram a atenção no sistema de recursos de um professor, enquanto o OPP estuda a atividade situada do professor. Nas metodologias revisadas, identifica-se um interesse compartilhado pelo estudo das lições. Os resultados mostram também a necessidade sob a ótica da ADD de conectar os processos documentais dos professores com os resultados da instrução, como as práticas discursivas em aula, o uso de tarefas complexas e desafiantes, a aprendizagem conceptual, etc. Sobre o OPP, observa-se a necessidade de compreender a diversificação e desenvolvimentos metodológicos próprios para fortalecer seus métodos de coleta de dados e de análises qualitativas e quantitativas.

Palavras-chave: Teoria da educação; Metodologia; Professor; Matemática.



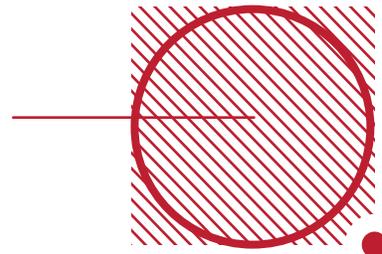
Esta obra está bajo la licencia internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0).

¿Cómo citar este artículo? / How to quote this article?

Cruz-Rojas, G. A. (2021). Una revisión que conecta el Enfoque Documental de la Didáctica y la Mirada Profesional del Profesor de Matemáticas. *Praxis, Educación y Pedagogía* (8), e3012450 https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i8.12450

Introducción

A continuación se presentan los resultados de una revisión documental que se realizó desde la teoría de redes para establecer una conexión entre dos teorías que emergen en el campo de la Educación Matemática, pues al conectarlas se le da continuidad a los estudios que se interesan por el conocimiento profesional del profesor de matemáticas y las relaciones que se establecen con los recursos que se utilizan en la práctica y el pensamiento matemático de los estudiantes. La primer teoría se refiere al Enfoque Documental de la Didáctica de las Matemáticas (EDD), la cual muestra interés por investigar el papel de los recursos en la práctica del profesor de matemáticas (Messaoui, 2019; Santacruz y Sacristán, 2019; Trouche *et al.*, 2020; Xavier *et al.*, 2021). Esta aproximación teórica ha estado en constante evolución (Artigue, 2019; Choppin, 2019) y se emplea principalmente en el tratamiento de los sistemas de los recursos de los profesores (Gueudet y Trouche, 2009; Ruthven, 2011; Trgalová *et al.*, 2019). Se entiende por Sistema de Recursos el conjunto de recursos utilizados por el profesor dentro de un mismo propósito de acción, cuya estructura está determinada por actividades profesionales de una misma familia, por ejemplo, preparar clases, diseñar guías de trabajo, corregir exámenes y utilizar en las clases materiales para la enseñanza.



La segunda aproximación teórica está asociada con el estudio de la práctica de enseñar matemáticas y la competencia de la Mirada Profesional del Profesor (MPP). Según Mason (2002), esta mirada se hace cuando una persona actúa profesionalmente y nota algo que se hace o algo que cree que podría hacerse. Para poder lograr esta mirada profesional es fundamental desarrollar una sensibilidad que consiste en prepararse para notar algo en el momento preciso y así hacer elecciones previamente no disponibles. Para esto, se requiere emplear técnicas que pueden generar en la persona un desarrollo profesional y constituyen una fuente de información importante para investigar (Amador, 2019; Fernández y Choy, 2019; Llinares *et al.*, 2019). Tomando como referencia lo anterior, se propone desde la teoría de redes una conexión entre el Enfoque Documental de la Didáctica y la Mirada Profesional del Profesor. La teoría de redes es considerada como una línea de trabajo que se ha generado por diferentes razones, como lo señalan Bikner-Ahsbahs *et al.* (2014), quienes explican esta situación como:

- Consecuencia de la evolución de las teorías que se han realizado en algunos casos de manera independiente en diferentes regiones del mundo.

- Una necesidad al entender la complejidad del tema de la investigación, ya que los fenómenos que se estudian en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no pueden describirse, entenderse o explicarse de una misma manera.
- Resultado de la dinámica misma de las teorías.
- Desde las diferentes formas de conocer el campo de la educación matemática; es decir, los paradigmas que existen y que producen puntos de vista teóricos diferentes.

De acuerdo a Prediger *et al.* (2008), es importante reconocer la existencia de diferentes estrategias que permiten conectar teorías, por ello, para esta investigación se asume de manera particular una estrategia que permite comparar y contrastar las dos teorías antes mencionadas. Para ello, se propone como estrategia metodológica la revisión documental que permite comprender ¿Qué tipo de conexiones (teóricas y metodológicas) existen entre el EDD y la MPP? El responder esta pregunta podría establecer conexiones que explicitan las relaciones entre el EDD y la MPP, que a su vez permiten estudiar y comprender la práctica profesional del profesor de matemáticas. Estas conexiones vienen siendo reportadas en otros estudios como el de Wallin y Amador (2019), quienes usan el concepto de recurso para estudiar las prácticas de profesores en contextos rurales desde una Mirada Profesional Curricular que se relaciona con los materiales que el profesor emplea. De igual forma, se destaca el trabajo de Sánchez-Matamoros *et al.* (2021) quienes plantean una conexión en la que se estudia la Mirada Profesional para identificar características del proceso de génesis instrumental en un estudiante de Educación Infantil cuando mira una situación de aula usando una trayectoria de aprendizaje.

Desarrollo de la revisión

Para el desarrollo de este artículo se realizó la revisión documental de los siguientes libros de investigación: (1) *From text to lived resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* (Gueudet *et al.*, 2012); (2) *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources* (Fan *et al.*, 2018); (3) *The "Resource" Approach to Mathematics Education* (Trouche *et al.*, 2019); (4) *Mathematics Teacher Noticing. Seeing Through Teachers' Eyes* (Sherin *et al.*, 2011), (5) *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (Schack *et al.*, 2017), y (6) *International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Llinares y Chapman, 2020). Los tres primeros relacionados con el EDD y los restantes con la MPP. Esta revisión se desarrolló mediante tres momentos propuestos por García (2015): clasificación, selección y análisis. Los libros fueron seleccionados por ser una fuente de información relevante para el campo de la investigación

y por que consolidan reportes de trabajos asociados con las dos aproximaciones teóricas que se conectan en este escrito.

En el proceso de clasificación se revisó la introducción de los seis libros y el resumen de cada uno de los 105 artículos (ver Tabla 1). Con esta información se realizó una selección de 40 documentos, los cuales, se trabajaron mediante una técnica de lectura integral y selectiva (García, 2015).

Tabla 1. Número de documentos clasificados y seleccionados

Libro	Artículos Clasificados	Artículos seleccionados
1	17	8
2	17	7
3	14	6
4	14	8
5	28	6
6	15	5
Total	105	40

Fuente: elaboración propia

En la selección se integró el uso de Google Drive para disponer notas de las lecturas y metadatos de los escritos en hojas de cálculo, como, por ejemplo: nombre de autores, referencia completa del artículo, palabras claves, resumen y notas importantes derivadas de las lecturas. El otro recurso utilizado fue Mendeley en donde se organizaron estos datos en carpetas que potenciaron la sistematicidad de la información, facilitando la gestión de las referencias.

Para acompañar la lectura integral y selectiva de los documentos se realizó un análisis cualitativo de la información de los 40 artículos a través de las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los principios conceptuales más importantes que se utilizan en la aproximación teórica? y ¿Qué caracteriza la aproximación metodológica que se utiliza? En el siguiente apartado se presentan los resultados más importantes de la revisión que permiten establecer algunas conexiones entre el EDD y la MPP.

Principios conceptuales que se utilizan en el EDD y la MPP

Estudiar los principios conceptuales del EDD, según Xavier *et al.* (2021), puede ofrecer un aporte a los investigadores interesados en el tema, lo que posibilita organizar y analizar la investigación. Para este estudio los principios conceptuales del EDD se agrupan según desarrollos teóricos asociados con el Enfoque Instrumental, la noción de Recurso y de Documento. Para comenzar, Gueudet (2019) plantea que la primera fuente teórica del EDD es el Enfoque Instrumental; este enfoque, según Rabardel (1995) propone una distinción de los artefactos y de los instrumentos. En este sentido, define el artefacto como un producto de la actividad humana que está dirigido a un objetivo. Por su parte, un instrumento es el resultado de un proceso desarrollado por un sujeto que usa el artefacto. Este proceso es denominado génesis instrumental y se refiere a una construcción progresiva de uso de un artefacto por un actor, con un propósito en un ambiente específico, (Trouche, 2004). Así, Gueudet (2019) destaca que en una génesis instrumental coexisten dos componentes que están fuertemente relacionados: instrumentalización e instrumentación.

Además de esta primera fuente teórica del EDD, Choppin (2019) menciona la existencia de otros conceptos y enfoques; sin embargo, destaca fuertemente el papel de la ergonomía cognitiva desde los planteamientos de Trouche (2004). También se plantea que se ha intentado conectar el EDD con las teorías socioculturales, como las comunidades de práctica (Wenger, 2001), los sistemas de actividad (Engeström, 1999) y, de manera más amplia, la cognición situada y mediada (Wertsch, 1991). Estos planteamientos permiten entender que el EDD es una aproximación teórica que está en constante evolución, como lo señala Trouche *et al.* (2018). Teniendo en cuenta lo anterior, se precisa a continuación la noción de: Recurso y Documento. Desde los planteamientos de Gueudet y Trouche (2011b) se reconocen la variedad y la amplitud de la gama de recursos que intervienen en la actividad profesional de los profesores. Aquí un Recurso puede considerarse como un artefacto, es decir, como un resultado de la actividad humana (Rabardel, 1995). Sánchez (2010) define los Recursos como un conjunto de elementos que comprenden, entre otros, los ejercicios de un libro de texto, las producciones de los estudiantes, las sugerencias de otros profesores, los contenidos digitales dispuestos en páginas web, y los documentos curriculares que los maestros puedan utilizar para apoyar en las diferentes etapas de su práctica docente diaria.

Gueudet y Trouche (2009) afirman que cada recurso debe ser visto como parte de un “conjunto de recursos más amplio” (p. 200); este conjunto es conocido actualmente como el sistema de recursos. Trouche *et al.* (2018) definen el Sistema de Recursos como un conjunto formado por los recursos que utiliza el profesor

dentro de un mismo propósito de acción, y su estructura está determinada por actividades profesionales de una misma familia, por ejemplo, preparar clases, corregir exámenes, implementar recursos en el aula. En relación con el concepto de Documento, Choppin (2019) lo describe de manera general como el conjunto de recursos combinados y sus respectivos esquemas de uso. Así mismo Guedet y Trouche (2009) se refieren a los documentos como productos del trabajo de diseño curricular de los profesores.

Para comprender los alcances de esta conceptualización es necesario realizar una descripción de algunos conceptos. Trouche *et al.* (2018) señalan inicialmente que el EDD se entiende como una aproximación teórica en la que el trabajo documental del profesor es fundamental. Este trabajo documental, según los autores tiene un componente colectivo, no solo por las interacciones entre actores (profesores de una misma escuela y estudiantes) de un contexto educativo específico, sino también por el trabajo que se da por fuera de este contexto. Estos autores relacionan la noción de documento como una entidad mixta que integra un componente material (los recursos reunidos para un objetivo determinado), un componente de práctica (los usos de estos recursos) y un componente cognitivo (conocimientos que orientan estos usos). La MPP constituye una aproximación teórica que ha despertado el interés en diferentes investigadores como se reporta en diferentes estudios (Amador, 2019; Fernández y Choy, 2019; Llinares *et al.*, 2019). En el campo investigativo la MPP constituye un referente teórico que permite estudiar el conocimiento profesional del profesor de matemática, como lo reporta Bohórquez (2016).

La competencia “mirar profesionalmente” es una aproximación teórica que ha tenido un desarrollo conceptual importante en los últimos años. Estos desarrollos han sido documentados en tesis de doctorado, como la realizada por Zapatera (2015) quien precisa diferentes tópicos o dominios matemáticos específicos en donde se desarrolla la investigación asociada con la MPP. Otro trabajo que se destaca es el realizado por Bohórquez (2016), el cual profundiza en la noción de competencia, planteando que “mirar profesionalmente” es aquello que permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas integrando diferentes destrezas.

Desde estos trabajos se reconoce puntualmente que la competencia docente “mirar profesionalmente” es aquella que permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas integrando tres destrezas. La primera consiste en identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza, la segunda, usar su conocimiento para razonar sobre

los aspectos relevantes identificados y, la tercera, realizar conexiones entre aspectos específicos de las situaciones de enseñanza-aprendizaje y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje para tomar decisiones de acción (Jacobs *et al.*, 2010).

Otra investigación para destacar es la realizada por Bufo (2017) quien describe conceptualmente la competencia y su desarrollo en relación con los diferentes contextos y herramientas que han sido utilizadas. Así mismo, precisa características y niveles de desarrollo de dicha competencia en distintos tópicos matemáticos. Garzón (2017a, 2017b) por su parte, realiza una revisión en donde presenta conceptualizaciones derivadas de la competencia “mirar profesionalmente”, y amplía la revisión destacando las decisiones en acción, los momentos de enseñanza y las oportunidades pedagógicas. Estos desarrollos investigativos se consolidan en el trabajo realizado por Amador (2019) quien realiza un recorrido teórico en el que precisa algunas posturas conceptuales que permiten apreciar raíces y perspectivas investigativas asociadas con la competencia MPP. Desde este trabajo se muestra la MPP como una herramienta de análisis de investigación y como una herramienta de análisis pedagógico. Esta distinción es importante, ya que el objetivo propuesto en la investigación se relaciona con aspectos pedagógicos.

Sherin y Star (2011) plantean cómo la MPP ha generado diferentes enfoques para estudiar la práctica. El primero se centra en eventos poco frecuentes en el aula. El segundo analiza de forma particular componentes puntuales del sistema de la práctica. Y el último se centra en un atributo emergente del pensamiento y la acción de un maestro. Por su parte Jacobs *et al.* (2011) mencionan que el campo teórico está interesado en comprender no solo cómo los maestros detectan las ideas de los estudiantes que están incrustadas en comentarios, preguntas, anotaciones y acciones, sino también en cómo los profesores dan sentido a lo que observan de manera significativa y lo utilizan para decidir cómo responder ante determinada situación. Por lo tanto, están menos interesados en identificar la variedad de lo que los maestros notan y más interesados en cómo y en qué medida los maestros notan el pensamiento matemático de los niños.

Santagata (2011) propone mejorar la percepción de los profesores mediante un marco para el estudio de la lección que desarrolle habilidades de los profesores para analizar las lecciones en el aula. En este estudio se considera que estas habilidades son similares a las habilidades de percepción de los profesores. Frente al estudio de la lección, Camargo (2019) la destaca como una perspectiva para identificar y promover el aprendizaje de los profesores en la práctica. Mason (2017) por su parte entiende que la MPP le permite al profesor tener una colección de técnicas que le posibilitan (a) prepararse para percibir en el momento, y

(b) prepararse para reflexionar sobre el pasado reciente y seleccionar así lo que desea percibir en el momento y poder actuar en el momento indicado.

van den Kieboom *et al.* (2017) comparten la aproximación conceptual descrita en los trabajos antes mencionados, sin embargo, destacan algunas variaciones que pueden realizarse, como por ejemplo centrarse en un componente matemático específico y estudiar las decisiones en el momento en el que ocurren. Teuscher *et al.* (2017) proponen una visión del pensamiento matemático de los estudiantes con el marco analítico MOST, según Leatham *et al.* (2015). Este es un marco diseñado para facilitar la investigación sobre el uso productivo del pensamiento matemático de los estudiantes durante la instrucción. Por otra parte, van den Kieboom *et al.* (2017) incorporan la trayectoria de aprendizaje como instrumento conceptual para mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los niños, usando una adaptación del modelo de la génesis instrumental. Se entiende el artefacto desde los planteamientos de Rabardel (1995).

Estos cambios podrían relacionarse con un interés por la reflexión sobre la práctica, que según Carrillo *et al.* (2019) se centra en una práctica reflexiva en los problemas que surgen en la enseñanza e invita a cuestionar todos los aspectos de la práctica. A menudo, el profesor se ve impulsado a reflexionar sobre su enseñanza por cierta incertidumbre o duda sobre la lección, como los resultados de aprendizaje de una actividad en particular. La práctica reflexiva puede entenderse como un proceso de resolución de problemas que implica la reconstrucción de significados, determinado por la postura del profesor hacia la indagación y la actitud general hacia la comprensión de la vida en el aula. Esta práctica reflexiva se asocia con desarrollos metodológicos que se describen en el enfoque documental.

Aproximación metodológica utilizadas en el EDD y la MPP

Frente a las propuestas metodológicas de los estudios revisados se encuentra inicialmente para el EDD aportes como los de Gueudet y Trouche (2011b) y de Moraes Rocha (2018) quienes plantean que el EDD se centra especialmente en la investigación reflexiva. Algunos principios para destacar son los siguientes:

1. Principio de seguimiento a largo plazo.
2. Principio de seguimiento dentro y fuera de la clase.
3. Principio de recopilación amplia de los recursos materiales utilizados y producidos en el trabajo de documentación del profesor.
4. Principio de seguimiento reflexivo del trabajo de documentación.

Artigue (2019) señala que el usar estos principios permite investigar génesis documentales y los sistemas de recursos de los docentes, los cuales se pueden recopilar sistemáticamente mediante una diversidad de datos que deben ser triangulados. Desde esta aproximación metodológica se privilegia una perspectiva cualitativa, en donde se han desarrollado trabajos como los de Ruthven (2011) quien analiza lecciones y complementa con entrevistas a los participantes (profesores). Así mismo Pepin (2011) también privilegia una perspectiva que pretende (1) ayudar a los maestros a analizar, seleccionar y corregir problemas matemáticamente ricos; y (2) ayudar a los maestros a “implementar” sus actividades analizadas / enmendadas en su práctica pedagógica.

Gueudet (2019) señala que el método de investigación reflexiva también puede adoptar otras formas, siempre que siga los cuatro principios presentados anteriormente. Está naturalmente asociado con estudios de casos. Para un solo maestro, o grupo de maestros, proporciona una cantidad importante de datos. Los diferentes tipos de datos deben confrontarse y discutirse con el profesor. En particular, las observaciones del aula y los recursos utilizados y producidos se confrontan con las declaraciones de los profesores, con el fin de inferir invariantes operacionales.

Gueudet y Trouche (2011a) afirman que la investigación reflexiva, ha sido usada no solo para el estudio de comunidades de práctica en donde se conciben recursos, si no que también se ha usado en el estudio de casos de profesores que en ocasiones se consideran como casos avanzados debido a la trayectoria documental de la experiencia que se documenta. Otra herramienta que tiene es las representaciones esquemáticas de su sistema de recursos, como se muestra en Gueudet *et al.* (2012). Esta herramienta, según de Moraes Rocha (2018) denota un proceso dinámico y activo de exploración de un territorio desconocido que le permite al profesor un ejercicio consciente y reflexivo sobre los eventos y experiencias de su práctica profesional. Además de lo anterior, destaca el estudio de Forest y Mercier (2011) quienes realizan una investigación de tipo cualitativo que puede considerarse como una enseñanza basada en la investigación, en la que el uso del video en espacios de formación es un aspecto fundamental porque permite a los profesores desarrollar competencias profesionales. Por su parte, Winslów (2011) plantea una propuesta metodológica orientada al estudio de las lecciones mediante tres momentos: estudio y planificación; prueba y observación y evaluación y revisión.

En relación con la MPP, Mason (2017) señala que un aspecto metodológico que se destaca es la forma y naturaleza de sus resultados. Debido a que su uso

para investigar la práctica personal es fundamentalmente experimental, en este ejercicio es fundamental reflexionar sobre el tipo de datos a recopilar y cómo recopilarlos, (Nickerson *et al.*, 2017), ya que existen desafíos metodológicos que pueden afectar el proceso investigativo, por ejemplo: la familiaridad de los profesores con los estudiantes y las tareas, la cantidad de evidencia disponible sobre el pensamiento de los estudiantes, entre otros.

Sherin *et al.* (2011) reconocen diferentes enfoques metodológicos para desarrollar la MPP. Uno de los principales enfoques proporciona a los profesores muestras de la enseñanza de otros profesores y se les pide que describan lo que perciben en dicha práctica. Básicamente el principal propósito de usar este enfoque es investigar los tipos de interacciones y eventos que los profesores generalmente perciben cuando ven situaciones de instrucción.

Desde el enfoque anterior, Goldsmith y Seago (2011) centran la metodología en un proceso de recopilación de datos cuantitativos y cualitativos para el estudio. Los datos cuantitativos incluyeron un cuestionario de antecedentes y una encuesta de matemáticas de opción múltiple / respuesta abierta. Las fuentes de datos cualitativos incluyeron una evaluación sobre los artefactos que se usaban antes y después del programa de formación; video de todas las sesiones de desarrollo profesional, y video de al menos dos lecciones en el aula, con entrevistas previas y posteriores a la lección, para cada participante.

En un segundo enfoque relacionado, los investigadores piden a los maestros que recuerden retrospectivamente lo que estaban percibiendo y pensando durante su propia instrucción. El recuerdo retrospectivo puede tener lugar inmediatamente después de la instrucción. De manera alternativa, el profesor puede ver un video de su propia clase. Además, en algunos casos, se puede pedir a los profesores que discutan su instrucción en entrevistas individuales. En otros casos los profesores se organizan en grupos para observar y discutir extractos de su enseñanza con sus compañeros, como se aprecia en van Es y Sherin (2008). Un tercer enfoque problematiza los autoinformes del segundo enfoque y propone explorar la percepción del profesor haciendo inferencias a partir de análisis de las cintas de video de instrucción, afirmando que las acciones visibles por parte de un maestro pueden proporcionar evidencia sobre lo que el profesor puede percibir (Garzón, 2017a, 2017b).

Santagata (2011) profundiza en aspectos metodológicos, pero desde la perspectiva del estudio de la lección, la cual pretende brindar a los profesores la oportunidad de estudiar lecciones grabadas en video que muestran estrategias para mantener la complejidad de las matemáticas al pedirles a los estudiantes que resuelvan problemas. De esta manera, la propuesta de trabajo en esta

experiencia incluyó una guía explícita, respaldada por el marco de análisis de la lección, sobre los objetivos para la asistencia y el razonamiento de los maestros en las lecciones grabadas en video. Floro y Bostic (2017) describen los aspectos desde el estudio de casos, que implica el análisis de datos de uno o más casos que analizan un fenómeno específico que ocurre dentro de esos casos. van den Kieboom *et al.* (2017) proponen metodológicamente espacios de formación diseñados para ensayar las habilidades de mirar profesionalmente a los profesores y aplicar su conocimiento del pensamiento de los estudiantes en el contexto de dos entrevistas clínicas de diagnóstico.

van Es *et al.* (2019) describen los aspectos metodológicos en el uso y principios del video, lo cual permite identificar el objetivo general del aprendizaje para futuros profesores. Desde esta experiencia se reconocen cinco objetivos generales para usar el video en el apoyo del aprendizaje del profesor en formación o en ejercicio:

1. Desarrollar el conocimiento del contenido para la enseñanza de matemáticas.
2. Facilitar la reflexión sistemática sobre la enseñanza.
3. Mejorar la calidad de la instrucción matemática.
4. Mejorar la percepción de los maestros para la enseñanza de las matemáticas.
5. Desarrollar una visión profesional de instrucción matemática ambiciosa.

Conclusiones

Desarrollar estrategias que permitan establecer conexiones entre dos teorías es un proceso complejo, porque tanto el surgimiento como la evolución de una teoría se da en un contexto particular, lo que exige pensar en una praxeología, como lo señala Artigue (2019). Es importante reconocer que la conexión de teorías no se puede lograr con solo leer e intentar comprender las publicaciones de investigadores de otra cultura (Artigue, 2019). Esto realmente exige un trabajo que implica conocer las particularidades del campo de investigación con las que se puede no estar muy familiarizados.

De acuerdo con los resultados presentados, se identifican algunos hallazgos que muestran posibilidades de articulación en el EDD y la MPP. Al respecto, Choppin (2019) plantea finalmente dificultades y posibilidades en la conexión de los resultados del EDD con los resultados de la instrucción. De esta manera, considera que quizás la limitación más notable en la investigación actual del EDD es la conexión de los hallazgos empíricos de los procesos documentales de

los maestros con los resultados de la instrucción, como las prácticas discursivas en el aula, el uso de tareas complejas y desafiantes, el aprendizaje conceptual, etc. Se podría señalar que existen en la investigación aportes que destacan la forma en que los profesores hablan sobre el diseño del plan de estudios, el contenido matemático y la progresión, lo que los estudiantes debían hacer en las tareas y los errores que surgían durante la puesta en escena, pero no tenían formas matizadas de describir el pensamiento de los estudiantes con respecto a las tareas. Esto genera una necesidad por articular y conectar el EDD con otras aproximaciones teóricas como la MPP.

El reconocer los matices de la MPP y sus centros de atención también exige comprender la diversificación y desarrollos metodológicos. Dindyal *et al.* (2021) plantean la existencia de nuevos marcos o modelos relacionados con la MPP que incluyen métodos de recolección de datos y de análisis tanto cualitativos como cuantitativos. Dindyal *et al.* (2021) destacan también consideraciones para la investigación basada en videos y proporcionan sugerencias para futuros trabajos que estudien la MPP desde procesos de observación.

Recomendaciones

De acuerdo con la revisión desarrollada se recomienda inicialmente comparar los resultados presentados en este escrito con estudios similares más recientes. De igual forma, se considera importante profundizar en aspectos metodológicos que tienen que ver con el diseño de instrumentos para la recolección de la información y el proceso que se adelanta para el análisis de los datos. Estos aspectos podrán complementar las conexiones que aquí se presentaron.

Referencias bibliográficas

- Amador, J. (2019). Noticing as a Tool to Analyze Mathematics Instruction and Learning. In S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 311–336). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004418967_012
- Artigue, M. (2019). Reflecting on a Theoretical Approach from a Networking Perspective: The Case of the Documentational Approach to Didactics. In L. Trouche, G. Gueudet, B. Pepin. (Eds). *The 'Resource' Approach to Mathematics Education. Advances in Mathematics Education* (pp. 89–118). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_5
- Bikner-Ahsbahs, A., Prediger, S., Artigue, M., Arzarello, F., Bosch, M., Dreyfus, T., Gascón, J., Halverscheid, S., Haspekian, M., Kidron, I., Corblin-Lenfant, A., Meyer, A., Sabena, C., y Schäfer, I. (2014). Starting Points for Dealing with the Diversity of Theories. In A.

- Bikner-Ahsbahr y S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 3–12). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-05389-9_1
- Bohórquez, L. M. (2016). *Cambios de concepciones de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas* [Tesis de doctorado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Institucional Universidad de Caldas. <http://hdl.handle.net/11349/5313>
- Buform, A. (2017). *Características de la competencia docente mirar profesionalmente de los estudiantes para maestro en relación al razonamiento proporcional* [tesis de doctorado, Universidad de Alicante]. Repositorio Institucional de la Universidad de Alicante. <http://hdl.handle.net/10045/73029>
- Camargo, L. (2019). Perspectivas para leer la práctica del profesor de matemáticas. En E. Badillo Jiménez, N. Climent, C. Fernández, y M. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp. 85–106). Ediciones Universidad de Salamanca. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7446521>
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., y Montes, M. (2019). Using Professional Development Contexts to Structure Prospective Teacher Education. In S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 393–419). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004418967_015
- Choppin, J. (2019). Afterword: Reflections on the Documentational Approach to Didactics. In L. Trouche y G. Gueudet (Eds.), *The “Resource” Approach to Mathematics Education* (pp. 491–502). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_14
- de Moraes Rocha, K. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: The Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, C. Qim, S. Rezat, y J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers’ Resources* (pp. 235–258). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_11
- Dindyal, J., Schack, E., Choy, B., y Sherin, M. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education*, 53, 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y>
- Engeström, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. In Y. Engeström, Miittinen R., y R. Punamaki (Eds.), *Perspectives on activity theory* (pp. 19–38). Cambridge University Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1017/CBO9780511812774.003>
- Fan, L., Trouche, L., Qi, C., Rezat, S., y Visnovska, J. (2018). *Research on Mathematics Textbooks and Teachers’ Resources*. Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-73253-4>

- Fernández, C., y Choy, B. (2019). Theoretical Lenses to Develop Mathematics Teacher Noticing. In S. Llinares y O. Chapman (eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 337–360). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004418967_013
- Floro, B., y Bostic, J. (2017). A Case Study of Middle School Teachers' Noticing During Modeling with Mathematics Tasks. In J. Cai, y J. A. Middleton (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 73–89). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_5
- Forest, D., y Mercier, A. (2011). Classroom video data and resources for teaching: Some thoughts on teacher education. In G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (Eds.), *From Text to "Lived" Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development. Vol 7.* (pp. 215–230). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_11
- García, F. (2015). *Investigación documental: Leer, pensar y hablar con respecto de un tema definido para escribir bien y con provecho*. Limusa. <https://libreria-limusa.com/producto/investigacion-documental-leer-pensar-y-hablar-respecto-de-un-tema-definido-para-escribir-bien-y-con-provecho/>
- Garzón, D. (2017a). *Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula* [tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Barcelona]. Repositorio TDX <http://hdl.handle.net/10803/458678>
- Garzón, D. (2017b). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Educación Matemática*, 29(3), 131–160. <https://doi.org/10.24844/em2903.05>
- Goldsmith, L., y Seago, N. (2011). Using classroom artifacts to focus teachers' noticing. In M. Sherin, V. Jacobs, y R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 169–187). Routledge.
- Gueudet, G. (2019). Studying teachers' documentation work: Emergence of a theoretical approach. In L. Trouche y G. Gueudet (Eds.), *The "Resource" Approach to Mathematics Education* (pp. 17–42). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_2
- Gueudet, G., Pepin, B., y Trouche, L. (2012). *From text to "lived" resources: Mathematics curriculum materials and teacher development*. Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-007-1966-8>
- Gueudet, G., y Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199–218. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9159-8>
- Gueudet, G., y Trouche, L. (2011a). Communities, documents and professional geneses: Interrelated stories. In G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (Eds.), *From Text to "Lived" Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp. 305–322). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_16

- Gueudet, G., y Trouche, L. (2011b). Teachers' work with resources: Documentational geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (Eds.), *From Text to "Lived" Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp. 23–41). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_2
- Jacobs, V., Lamb, L., y Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Source: Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>
- Jacobs, V., Lamb, L., Philipp, R., y Schappelle, B. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. In M. Sherin, V. Jacobs, y R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing* (pp. 97–116). Routledge.
- Leatham, K., Peterson, B., Stockero, S., y Van Zoest, L. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 88–124. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0088>
- Llinares, S., Ivars, P., Buforn, À., y Groenwald, C. (2019). «Mirar profesionalmente» las situaciones de enseñanza: una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo, N. Climent, C. (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 177–192). <http://funes.uniandes.edu.co/22743/1/Llinares2019Mirar.pdf>
- Llinares, S., y Chapman, O. (2020). *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*. Brill. <https://doi.org/10.1163/9789004418967>
- Mason, J. (2002). *Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing*. Routledge <https://www.routledge.com/Researching-Your-Own-Practice-The-Discipline-of-Noticing/Mason/p/book/9780415248624>
- Mason, J. (2017). Probing Beneath the Surface of Experience. In J. Cai, y J. A. Middleton (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 1–17). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_1
- Messaoui, A. (2019). *Développement de l'expertise documentaire des professeurs dans des situations de mutation de leur enseignement : le cas de professeurs de mathématiques et d'anglais* [doctoral dissertation, Université de Lyon] Repositorio Hal Open Science. <https://theses.hal.science/tel-02448482/document>
- Nickerson, S., Lamb, L., y LaRochelle, R. (2017). Challenges in Measuring Secondary Mathematics Teachers' Professional Noticing of Students' Mathematical Thinking. In J. Cai, y J. A. Middleton (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 381–398). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_22

- Pepin, B. (2011). Task analysis as “catalytic tool” for feedback and teacher learning: Working with teachers on mathematics curriculum materials. In G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (eds.), *From Text to “Lived” Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp. 123–142). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_7
- Prediger, S., Bikner-Ahsbals, A., y Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: First steps towards a conceptual framework. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 165–178. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0086-z>
- Rabardel, P. (1995). Les Hommes et les Technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains. *Sciences et techniques éducatives*, 2(2), 237-239. https://www.persee.fr/doc/stice_1265-1338_1995_num_2_2_1202_t1_0237_0000_1
- Ruthven, K. (2011). Constituting digital tools and materials as classroom resources: The example of dynamic geometry. In G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (eds.), *From Text to “Lived” Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp. 89–103). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_5
- Sánchez, M. (2010). Orquestación documental: herramienta para la estructuración y el análisis del trabajo documental colectivo en línea. *Recherches en Didactique Des Mathématiques*, 10(3), 367–397. <https://revue-rdm.com/2010/orquestacion-documentacional/>
- Sánchez-Matamoros, G., Moreno, M., y Valls, J. (2021). Instrumental genesis of a learning trajectory: the case of Pedro’s professional noticing. *Acta Scientiae*, 23(7), 91-119. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6296>
- Santacruz, M., y Sacristán, A. (2019). Una mirada al trabajo documental de un profesor de primaria al seleccionar recursos para enseñar geometría. *Educación Matemática*, 31(3), 7–38. <https://doi.org/10.24844/EM3103.01>
- Santagata, R. (2011). From teacher noticing to a framework for analyzing and improving classroom lessons. In M. Sherin, V. Jacobs, R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing* (pp. 182–198). Routledge.
- Schack, E., Fisher, M., y Wilhelm, J. (2017). *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5>
- Sherin, B., y Star, J. (2011). Reflections on the study of teacher noticing. In M. G. Sherin, V. Jacobs, y R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing* (pp. 96–108). Routledge.
- Sherin, M., Russ, R., y Colestock, A. (2011). Accessing mathematics teachers’ in-the-moment noticing. In M. Sherin, V. Jacobs, y R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers’ eyes* (pp. 109–124). Routledge.

- Sherin, M., Jacobs, V., y Philipp, R. (2011). *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes*. Routledge.
- Teuscher, D., Leatham, K., y Peterson, B. (2017). From a Framework to a Lens: Learning to Notice Student Mathematical Thinking. In E. O. Schack, M. Fisher, y J. Wilhelm (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 31-48). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_3
- Trgalová, J., Sokhna, M., Assis, C., Alturkmani, M., Espindola, E., Hammoud, R., y Sayah, K. (2019). Teachers' Resource Systems: Their Constitution, Structure and Evolution. In L. Trouche, G. Gueudet, y B. Pepin (Eds.), *The "Resource" Approach to Mathematics Education* (pp. 197-256). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_9
- Trouche, L. (2004). Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Students' Command Process through Instrumental Orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5>
- Trouche, L., Gueudet, G., y Pepin, B. (2018). Open Educational Resources: A Chance for pening Mathematics Teachers' Resource Systems? In L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, y J. Visnovska. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources* (pp. 3-27). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_1
- Trouche, L., Gueudet, G., y Pepin, B. (2019). *The "Resource" Approach to Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1>
- Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B., Salinas-Hernández, U., y Sacristán, A. (2020). *El enfoque documental de lo didáctico*. DAD-Multilingual. <https://hal.science/hal-02557744/document>
- Trouche, L., Trgalova, J., Loisy, C., y Alturkmani, M. (2018). *Ressources vivantes pour l'enseignement et l'apprentissage*. Rapport scientifique des composantes IFE et S2HEP. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01743212v2>
- van den Kieboom, L., Magiera, M. y Moyer, J. (2017). Learning to Notice Student Thinking About the Equal Sign: K-8 Preservice Teachers' Experiences in a Teacher Preparation Program. In E. Schack, M. Fisher, y J. Wilhelm (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 141-159). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_9
- van Es, E., y Sherin, M. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244-276. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005>
- van Es, E., Tekkumru-Kisa, M., y Seago, N. (2019). Leveraging the Power of Video for Teacher Learning. In S. Llinares y O. Chapman (Eds.),

- International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2*. Brill. https://doi.org/10.1163/9789004418967_002
- Wallin, A. J., y Amador, J. M. (2019). Supporting secondary rural teachers' development of noticing and pedagogical design capacity through video clubs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(5), 515–540. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9397-3>
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica : aprendizaje, significado e identidad*. Paidós Iberica Ediciones S.A
- Wertsch, J. (1991). *Mind as action*. Oxford Academic. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195117530.001.0001>
- Winsløw, C. (2011). A comparative perspective on teacher collaboration: The cases of lesson study in Japan and of multidisciplinary teaching in Denmark. In G. Gueudet, B. Pepin, L. Trouche. (eds.), *From Text to "Lived" Resources. Mathematics Teacher Education, vol 7*. (pp. 291–304). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_15
- Xavier, A., Ferreira, M., y Trouche, L. (2021). Uma análise da produção acadêmica a respeito da gênese documental entre 2012 e 2020. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(3), 339–361. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i3p339-361>
- Zapatera, A. (2015). *La competencia "mirar con sentido" de estudiantes para maestro (EPM) analizando el proceso de generalización en alumnos de educación primaria* [tesis de doctorado, Universidad de Alicante]. Repositorio Institucional de la Universidad de Alicante. https://www.lareferencia.info/vufind/Record/ES_e980a48ce71dbf08e41c027fbc115608

Notas

- ¹ Mg. en Educación, Universidad del Valle, Cali, Colombia. Docente Facultad de Educación, Universidad del Valle, Cali, Colombia. Correo electrónico: gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co ORCID: [0000-0001-7391-9462](https://orcid.org/0000-0001-7391-9462).

