



¿CÓMO INVESTIGAR EN UN PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE?

How to do research in a teaching-learning process?


...

Como pesquisar em um processo de ensino e aprendizagem?

Por:


Oscar Johnny Jaramillo Pineda¹

Universidad del Valle, Cali, Colombia.
oscar.pineda@correounivalle.edu.co

 ID : [0009-0002-5684-8695](https://orcid.org/0009-0002-5684-8695)

Evelio Bedoya Moreno²

Universidad del Valle, Cali, Colombia.
evelio.bedoya@correounivalle.edu.co

 ID : [0000-0002-2614-6142](https://orcid.org/0000-0002-2614-6142)

Recepción: 09/04/2025 • **Aprobación:** 01/08/2025

Resumen: Enfrentar una investigación en un proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas supone un reto para una disciplina como la didáctica, por lo tanto, brindar herramientas para afrontar las dificultades metodológicas durante la investigación sería de gran ayuda para superarlas. A continuación, presentamos un modelo metodológico de investigación que pretende responder a la pregunta de ¿Cómo investigar en un proceso de enseñanza-aprendizaje? Dentro de la propuesta que formulamos desde la Teoría General de Procesos y Sistemas (TGPS) tenemos en cuenta las dos actividades de diferente naturaleza inmersas en esta clase de procesos como son la actividad de enseñanza (del profesor) y la actividad matemática de aprendizaje (del estudiante). Para desarrollar el modelo, se realiza un análisis ontológico-conceptual ascendente (perspectiva ascendente) y, después, un análisis ontológico-conceptual descendente (perspectiva descendente). A la pregunta planteada de cómo investigar en un proceso de enseñanza-aprendizaje se responde con otro proceso, pero, de investigación. En este proceso de investigación se propone una trayectoria ordenada, es decir, por etapas. La ordenación de etapas (o estados) se lleva a cabo usando la estructura lógica del concepto del tiempo, la cual nos permite elaborar un modelo metodológico final esquematizado en un sistema de cinco actividades: *i*) la actividad matemática, *ii*) la actividad filosófica de las (prácticas) matemáticas, *iii*) la actividad de enseñanza, *iv*) la actividad científica y *v*) la actividad filosófica de la ciencia.

Palabras clave: Filosofía de la educación matemática; Educación matemática; Metodología de la investigación; Filosofía de la ciencia; Ontología.

Abstract: Research in a teaching-learning process in mathematics is a challenge for a discipline such as didactics; therefore, providing tools to address methodological difficulties during research would be of great help in overcoming them. Next, we present a research methodological model that aims to answer the question: How should we investigate a teaching-learning process? Within the proposal we formulate from the General and Systems Theory of Processes (TGPS), we take into account two activities of different nature immersed in this type of processes, namely the teaching activity (of the teacher) and the mathematical learning activity (of the student). To develop the model, an ascending ontological-conceptual analysis (bottom-up perspective) is followed by a descending ontological-conceptual analysis (top-down perspective). The question of how to investigate in a teaching-learning process is answered with another research process. In this research process, an ordered, stage-based trajectory is proposed. The ordering of stages (or states) is carried out using the logical structure of the concept of time, which allows us to develop a final methodological model schematized in a system of five activities: *i*) the mathematical activity, *ii*) the philosophical activity of mathematical (practices), *iii*) the teaching activity, *iv*) the scientific activity and *v*) the philosophical activity of science.

Keywords: Philosophy of mathematics education; Mathematics education; Research methodology; Philosophy of science; Ontology.

Resumo: Enfrentar una pesquisa em um processo de ensino e aprendizagem em matemática representa um desafio para uma disciplina como a didática. Nesse sentido, oferecer ferramentas para enfrentar as dificuldades metodológicas ao longo da investigação pode contribuir significativamente para sua superação. A seguir, apresentamos um modelo metodológico de pesquisa que busca responder à seguinte questão: “Como pesquisar em um processo de ensino e aprendizagem?”. Na proposta formulada a partir da Teoria Geral de Processos e Sistemas (TGPS), consideramos duas atividades de natureza distinta presentes nessa classe de processos: a atividade de ensino (do professor) e a atividade matemática de aprendizagem (do estudante). Para o desenvolvimento do modelo, realiza-se inicialmente uma análise ontológico-conceitual ascendente (perspectiva ascendente) e, posteriormente, uma análise ontológico-conceitual descendente (perspectiva descendente). À questão sobre como pesquisar em um processo de ensino e aprendizagem responde-se por meio de outro processo, desta vez de investigação. Nesse processo investigativo, propõe-se uma trajetória organizada em etapas. A ordenação dessas etapas (ou estados) é realizada com base na estrutura lógica do conceito de tempo, o que permite elaborar um modelo metodológico final esquematizado em um sistema composto por cinco atividades: i) a atividade matemática; ii) a atividade filosófica das práticas matemáticas; iii) a atividade de ensino; iv) a atividade científica; e v) a atividade filosófica da ciência.

Palavras-chave: Filosofia da educação matemática; Educação matemática; Metodologia da pesquisa; Filosofia da ciência; Ontologia.



Esta obra está bajo la licencia internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0).

¿Cómo citar este artículo? / How to quote this article?

Jaramillo Pineda, O. J. y Bedoya Moreno, E. (2025). ¿Cómo investigar en un proceso de enseñanza-aprendizaje?. *Praxis, Educación y Pedagogía*, (16), e40315856. https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i16.15856

Financiación

Los autores declaran que no recibieron financiamiento para la escritura o publicación de este artículo.

Conflictos de interés

Los autores declaran que no tienen ningún conflicto de interés en la escritura o publicación de este artículo.

Implicaciones éticas

Los autores declaran que no tienen ningún tipo de implicación ética que se deba declarar en la escritura y publicación de este artículo.

Declaración de uso de IA

Los autores declaran que no utilizaron herramientas de IA generativa en la creación del manuscrito.

Introducción

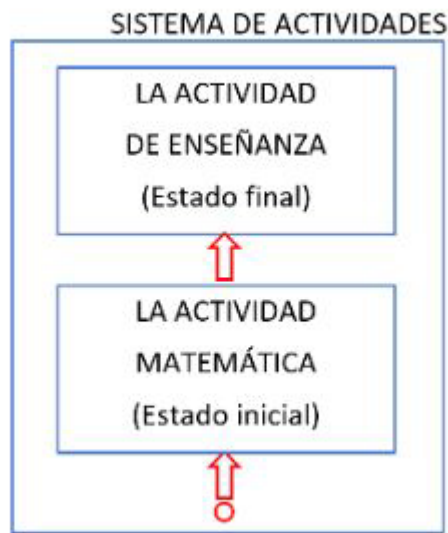
“Por tanto, la cuestión no es ¿cuál es la mejor manera de enseñar?, sino ¿en qué consisten realmente las matemáticas?... Las controversias sobre la enseñanza ... no pueden resolverse sin enfrentarse a los problemas sobre la naturaleza de las matemáticas.” (Hersh, 1979).

Si hubiéramos realizado alguna vez una investigación sobre un proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas, seguramente, como propone Reuben Hersh, nos habríamos podido preguntar ¿cuál es la mejor manera de enseñar? y ¿en qué consisten realmente las matemáticas? Más que dos preguntas, en ellas mismas subyacen dos aspectos fundamentales. Un primer aspecto a tener en cuenta son las dos actividades, de naturaleza diferente, inmersas en un proceso de enseñanza-aprendizaje que son la actividad de instrucción (“del profesor”) y la actividad matemática de aprendizaje (“del estudiante”). Un segundo aspecto, que es más fundamental que el primero, sugiere un criterio cronológico para abordar este tipo de procesos. Para ser más precisos, este aspecto propone un orden temporal en la que deben responderse las preguntas. Primero se debe resolver las controversias acerca de la naturaleza de las matemáticas, es decir, hace referencia a la naturaleza de los objetos matemáticos (ontología) y en la forma como accedemos a conocerlos (epistemología), y solo después se deben dar las discusiones sobre la actividad de enseñanza (o instrucción).

El objetivo de esta reflexión es la de responder a la pregunta ¿Cómo investigar en un proceso de enseñanza-aprendizaje?, pero para responder a esta pregunta aceptamos la propuesta de Reuben Hersh (Hersh, 1979), esto es, realizar un análisis ontológico de las actividades que se desprenden a partir de las preguntas ¿cuál es la mejor manera de enseñar? y ¿en qué consisten realmente las matemáticas? Para tal fin usamos la Teoría General de Procesos y Sistemas (TGPS) y desde una dimensión interpretativa de la TGPS estos dos aspectos se asemejan inicialmente a un “proceso” (de investigación) de dos estados que después podemos abstraer como un “sistema” de dos actividades (Vasco, 1980, 1986, 1990; Vasco *et al.*,

Como proceso consta de un “estado inicial” denominado la actividad matemática y un “estado final” denominado la actividad de enseñanza. Como sistema está constituido por dos actividades (Figura 1). Pero, ya sea como proceso o como sistema, en ambos casos, lo que se tiene es una estructura que se configura a partir de una relación tipo cronológica cualitativa (Heidegger, 2009).

Figura 1. Modelo metodológico simple.



Nota. La estructura cronológica del sistema de actividades está indicada por los círculos (○ inicio) y las flechas (⇒). Elaborado en 2024.

Esta estructura que se establece desde una relación de orden temporal entre las dos actividades es “simple”, en el sentido, que no nos dice nada acerca de los subsistemas contenidos en ellas o si ellas son sistemas contenidos en un suprasistema. Esto quiere decir que se pueden presentar dos casos. El primero, si las actividades son subsistemas de otro sistema más grande, entonces, las actividades son los elementos de un suprasistema. En el segundo caso, si las actividades contienen otros subsistemas, entonces, las actividades son el sistema que contiene otros subsistemas (o elementos). Para ir revelando la estructura de un modelo más general se realiza en el primer caso un análisis conceptual ascendente (*bottom-up perspective*), esto es, las actividades como elementos (o subsistemas). En el segundo caso se desarrolla un análisis conceptual descendente (*top-down perspective*) para la refinación del modelo.

Antes de seguir realizando más distinciones entre actividades para responder a la pregunta de ¿Cómo investigar en un proceso de enseñanza-aprendizaje? a través de un modelo de investigación, es necesario establecer una clasificación de las diferentes clases de actividades, pues no necesariamente el resultado de una actividad es la formulación de un cuerpo de conocimiento; y en caso que el resultado sea cierto conocimiento, este puede ser de tipo empírico o científico.

Una primera clasificación se origina al observar si el resultado de una actividad genera cierto conocimiento, es decir, se separan aquellas actividades que explicitan un determinado saber de las que no. Por dar un ejemplo de esta primera clasificación, la actividad económica consiste en el intercambio de bienes y servicios con el fin de suplir ciertas necesidades de las personas. La persona que (sabe) realiza(r) este intercambio se le llama “comerciante”. Sin embargo, hay otro saber relacionado con la actividad económica que consiste en saber cuándo un comerciante lleva a cabo “un buen intercambio”, es decir, saber si él a través de su actividad de intercambio es capaz de generar riqueza. Este saber relativo a la práctica del comerciante es el objeto de estudio de un “economista”. Mientras el resultado de la actividad del comerciante es generar riqueza no conocimiento, el resultado de la actividad del economista es formular un cuerpo de conocimiento denominado (teorías de la) economía.

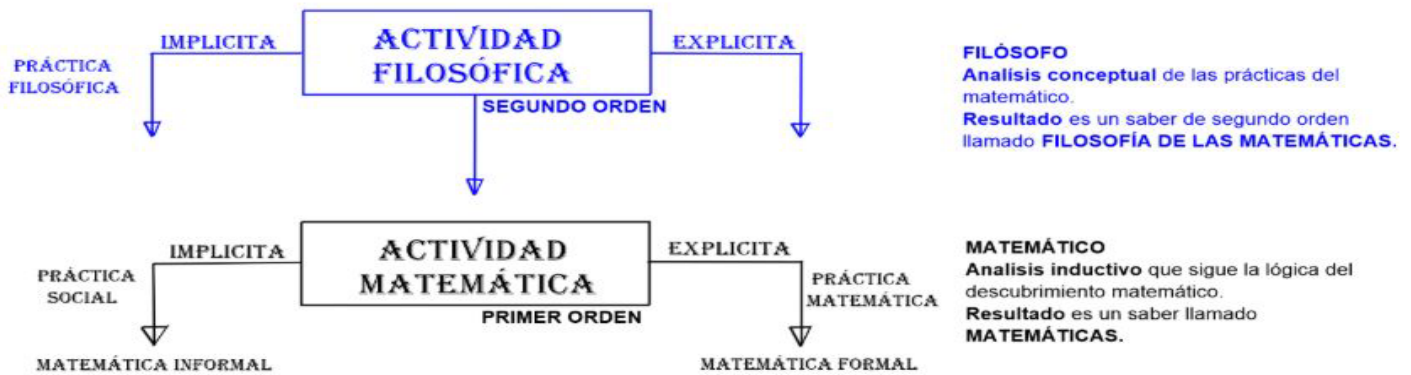
Una segunda clasificación ocurre al reconocer que existen actividades de las cuales su resultado es la formulación de un cuerpo de conocimiento; pero no necesariamente es un conocimiento científico, es decir, puede haber actividades que formulen cierto conocimiento empírico. Por ejemplo, el resultado de la actividad de enseñanza es una práctica de aula sobre la que puede reflexionar el profesor, esto es, realizar una formulación “explícita” de su práctica. El profesor al reflexionar (o explicitar) su práctica la convierte en una praxis o más bien en un tipo de saber empírico llamado “didáctica informal”, pero esta no debe confundirse con el saber científico llamado “didáctica formal” o simplemente “didáctica”, porque la primera es el resultado de una (actividad de) reflexión y la segunda es el resultado de una (actividad de) investigación. En resumen, de una actividad solo puede ocurrir uno de los siguientes tres resultados con relación al saber: que el resultado de la actividad no genere un saber, que el resultado de la actividad sea la generación explícita de cierto conocimiento empírico y que el resultado de la actividad sea la formulación de un cuerpo de conocimiento científico.

Análisis bottom-up: un modelo inicial de investigación (Díez y Moulines, 1999; Ernest, 1991; Hersh, 1979)

Primero: la actividad matemática

La primera pregunta que debemos hacernos es si la actividad matemática puede estar contenida en otra actividad; en otras palabras, debemos preguntarnos ¿existe una meta-actividad del tipo matemática? La respuesta a esta pregunta se encuentra en la filosofía de las (prácticas) matemáticas. La actividad filosófica es el suprasistema o la meta-actividad que contiene al sistema la actividad matemática. Esta relación no es el sentido que el saber matemático se encuentra contenido en el saber filosófico, más bien, es que el saber filosófico contiene un saber relativo al quehacer matemático; “saber matemáticas” es diferente a “saber en qué consisten las matemáticas”, saberes de diferente naturaleza que guardan una relación estrecha con las matemáticas. Entre estos dos saberes que son el resultado de dos actividades diferentes otra vez se observa una relación del tipo cronológica, pues, el saber matemático que es el resultado de la actividad matemática ocurre “antes” que el saber filosófico que es el resultado de la actividad filosófica. Esta clase de vínculo de subordinación entre actividades o tipos de saberes nos brindan la posibilidad de poder elaborar una estructura metodológica de investigación basado en etapas (Figura 2).

Figura 2. Estructura de orden de las actividades relacionadas con las matemáticas de acuerdo al saber- objeto



Nota. El saber-objeto del matemático son los objetos matemáticos y el saber-objeto del filósofo de las matemáticas es la actividad matemática. Elaborado en 2024.

En otros términos, si el resultado de la actividad matemática es un cuerpo de conocimiento llamado “saber matemático”, entonces, para saber en qué consisten las matemáticas debemos “saber explicitar” que hacen los matemáticos cuando crean y descubren nuevo conocimiento matemático. *Saber matemáticas* no se debe confundir con *saber en qué consisten las matemáticas*, saberes que corresponden a ámbitos diferentes. Saber matemáticas es el saber-objeto del matemático mientras saber en qué consisten las matemáticas es el saber-objeto del filósofo de las (prácticas) matemáticas. No obstante, se debe aclarar que la diferencia esencial entre el matemático y el profesor (o estudiante) es que el primero crea y descubre las matemáticas mientras que los segundos no. Así pues, las respuestas, si es que las hay, que apuntan a resolver los dilemas sobre la naturaleza de las matemáticas se resuelven desde *las matemáticas* y *la filosofía de las matemáticas* (Figura 2).

Segundo: la actividad de enseñanza

Una vez resueltos los dilemas sobre dónde indagar en la actividad matemática, se puede, entonces, abordar la actividad de enseñanza (o instrucción). La primera pregunta que debemos hacernos es si la actividad de enseñanza puede estar contenida en otra actividad; es decir, debemos preguntarnos ¿existe otra meta-actividad que permita estudiar la práctica del profesor? La respuesta a esta pregunta se encuentra en la ciencia de la educación (más específicamente en una disciplina como la didáctica). La actividad científica es el suprasistema que contiene al sistema la actividad de enseñanza. En este caso, la relación es en el sentido que el “saber enseñar” se encuentra contenido en un saber científico, esto es, un “saber en qué consiste enseñar”. De modo que ambos, saber científico y saber en qué consiste enseñar, son idénticos desde la didáctica como disciplina de la ciencia de la educación. De nuevo, entre estos dos saberes que son el resultado de actividades diferentes existe una relación cronológica, pues, la actividad científica ocurre “después” de la actividad de enseñanza.

La segunda pregunta que debemos hacernos es si la actividad científica puede estar contenida en otra actividad. La respuesta a esta pregunta se encuentra en la filosofía de la ciencia (en educación). La actividad filosófica es el suprasistema que contiene al sistema de la actividad científica. Esta relación no es el sentido que el saber científico se encuentra contenido en el saber filosófico, más bien, es que el saber filosófico contiene un saber relativo al quehacer científico; “saber ciencia” es diferente a “saber en qué consiste la ciencia”, saberes de diferente naturaleza que guardan una relación estrecha con la ciencia (de la educación matemática) y, por lo tanto, con la didáctica. Otra vez, entre estos dos saberes que son el resultado de actividades distintas existe una relación cronológica, pues, la actividad filosófica ocurre “después” de la actividad científica. Esta clase de nexos de subordinación entre las tres actividades de enseñanza, científica y filosófica, implica, una subordinación de los tres saberes: saber enseñar, saber ciencia (o saber qué consiste enseñar) y saber en qué consiste la ciencia; nos da la posibilidad de completar todas las etapas de un proceso de investigación con respecto a la actividad de enseñanza (Figura 3).

Figura 3. Estructura de orden de las actividades relacionadas con la de enseñanza de acuerdo al saber- objeto.



Nota. El saber-objeto del profesor es el estudio de las teorías de la enseñanza a través de una actividad de aprendizaje. El saber-objeto del científico es elaborar nuevas teorías de enseñanza a través de una actividad de investigación. El saber-objeto del filósofo de la educación matemática es la actividad científica. Elaborado en 2024.

En otros términos, esta subordinación de actividades subordina los saberes. Existe un saber de orden superior, al saber en qué consiste enseñar (o saber ciencia) y al saber enseñar, llamado saber filosófico. La actividad científica del investigador en educación matemática puede ser objeto de estudio de una actividad filosófica, esto es, una actividad que distingue entre *saber ciencia (en educación)* y *saber que es la ciencia (en educación)*. El resultado de la actividad científica en la educación matemática es la formulación de un cuerpo de conocimiento científico, es un ejemplo de esto, la didáctica con las teorías de la enseñanza. Pero en otra categoría, el resultado de estudiar la actividad científica es un nuevo cuerpo de conocimiento de orden superior, por ejemplo, se puede realizar un análisis conceptual sobre las teorías de enseñanza o sobre las reglas y principios (convenciones) que siguen los científicos cuando realizan una investigación en un proceso enseñanza-aprendizaje. Así pues, **la didáctica** que pertenece a la ciencia en educación matemática puede tener como uno de sus saberes-objeto el estudio del proceso enseñanza-aprendizaje mientras que la filosofía de la educación matemática puede tener como unos de sus saberes-objeto a las teorías de enseñanza o las reglas que guían a los científicos (o especialistas de la didáctica) cuando hacen investigación. Por lo tanto, las respuestas que apuntan a resolver los dilemas sobre la educación matemática se resuelven desde *la educación matemática y la filosofía de la educación matemática* (ver Figura 3).

Tercero la construcción del modelo inicial

La actividad matemática está inmersa en una actividad filosófica (Figura 2) y la actividad de enseñanza está inmersa inicialmente en una actividad científica y está a su vez inmersa en una actividad filosófica (Figura 3). Si partimos del supuesto que las cuestiones matemáticas son primero que las cuestiones de enseñanza podemos, entonces, proporcionar un modelo inicial metodológico que establece un orden de investigación entre los dos sistemas de actividades (Figura 4). También puede ser visto como un camino a seguir con cuatro estaciones: *Matemáticas*→*Filosofía de las matemáticas*→*Didáctica*→*Filosofía de la ciencia*. Cada estación es como el sitio donde se realiza una actividad específica. Por ejemplo, la actividad matemática se lleva a cabo en la primera estación denominada las matemáticas.

Figura 4. Modelo metodológico inicial.

Figura 4. Modelo metodológico inicial.



Nota. La estructura cronológica del modelo está indicada por los círculos (⊙ inicio) y las flechas (⇔). Cada actividad es un estado del proceso de investigación. Elaborado en 2024.

Este modelo es una propuesta de ruta investigativa (ver Figura 4), pero ello no significa que no podamos estar regresando, por ejemplo, a las matemáticas, para realizar el proceso investigativo. No hay un camino unidimensional, más bien lo que está señalado allí es que cada vez que regresemos a una disciplina, como es el caso de las matemáticas, esta impactará de alguna manera la Filosofía de las matemáticas, la didáctica y la filosofía de la ciencia. Siempre debemos estar en un constante ir y volver a través de la ruta.

Análisis top-down: refinación del modelo inicial (Popper, 1972; Vasco, 1990, 2014; Vasco et al., 1995)

Este análisis *bottom-up* es una aproximación estrictamente metodológica, esto es, se ha hecho emerger una estructura inicial, pues se han determinado los elementos (o etapas o actividades) implicados en un proceso de enseñanza-aprendizaje a través de una relación cronológica que, sin duda alguna, derivan en una metodología de investigación. En otras palabras, es una propuesta de los pasos a seguir en un proceso de investigación que quiera incluir no solo las cuestiones de la (naturaleza de la) enseñanza sino también las cuestiones sobre las (naturaleza de las) matemáticas. Sin embargo, esta primera aproximación está dejando por fuera del análisis otros aspectos metodológicos (o elementos) que son necesarios descubrir y que están incluidos dentro de las diferentes actividades, en especial, en aquellas en que el resultado de dicha actividad es un cuerpo (teórico) de conocimiento, como son los casos de la actividad matemática y la actividad científica.

La tesis de Vasco de la actividad matemática como sistema

Un análisis desde la filosofía llamada la Teoría General de Procesos y Sistemas (TGPS), nos permite distinguir lo real (el universo), mi realidad (mi mundo) y la realidad (el mundo) (Vasco, 2014). Desde una primera dimensión ontológica, entonces, se puede distinguir «el universo» o «el mundo real» que es el macroproceso que engloba a todos los demás procesos, en especial, los procesos físicos, químicos y biológicos; por supuesto, esto incluye también los estados de estos procesos que, como el caso de los procesos físicos, muchas veces denominamos a estos estados como objetos físicos.

Desde una segunda dimensión ontológica, se puede distinguir “mi realidad que es mi mundo, mi cosmos, de lo real, del universo, del caos original” (Vasco, 2014). Con esta distinción se reconoce la existencia de al menos dos realidades, una objetiva que está allá afuera de nosotros y otra subjetiva que está aquí adentro de nosotros. La realidad subjetiva que es «mi mundo» engloba todos los procesos mentales; por supuesto, esto incluye también mis estados de conciencia o mis estados mentales y mis «modelos mentales» (Vasco, 2014). De alguna manera, estas dos realidades representan una perspectiva dualista entre entidades de una naturaleza diferente, las físicas y las abstractas. Las primeras entidades son captadas por nuestro sistema de órganos o instrumentos sensoriales que canalizan la experiencia y las segundas entidades son captadas por nuestro sistema conceptual por medio de una operación intelectual llamada subsunción (Díez y Moulines, 1999). Por ejemplo, una o varias entidades físicas como los territorios geográficos de Colombia, Perú, Ecuador y México se pueden subsumir bajo el concepto “país”. Los conceptos, por lo tanto, son un ejemplo de la clase de entidades confinadas en «mi mundo» subjetivo.

La última dimensión ontológica, distingue la realidad (las realidades) de mi realidad y lo real; es decir, separa «el mundo» de «mi mundo» y «el mundo real». Este tercer mundo, lo podemos llamar el mundo de la realidad objetiva que engloba todo aquello que podemos decir acerca de mis modelos mentales (y por mis teorías interpretadas en mis modelos) a través de discursos más o menos coherentes que llamamos sus «teorías» (Vasco, 2014). Las teorías son, pues, el producto de un proceso de producción llamado teorización. En el caso de la actividad matemática, uno de sus principales productos es precisamente las teorías matemáticas.

Teniendo en cuenta esta división ontológica entre mundos podemos realizar, desde la TGPS, una equivalencia entre la palabra sistema y la palabra mundo. Si aceptamos esta hipótesis de equivalencia, entonces, podemos identificar con este análisis ontológico-conceptual los subsistemas que subyacen a la actividad matemática. Por lo tanto, si la actividad matemática es un sistema, entonces se puede dividir en tres subsistemas, esto es, se puede distinguir los tres elementos que configuran una actividad matemática: sistema objeto (nivel arcaico), sistema conceptual (nivel básico) y sistema simbólico (nivel superficial) (ver Figura 5). Esta división se aplica para cualquier sistema matemático de nuestra cultura incluyendo las matemáticas de los ámbitos escolares (Vasco, 1990).

Este modelo de sistemas (o mundos) de diferente naturaleza desde la TGPS, nos permite descubrir más sobre la estructura investigativa, específicamente, sobre la actividad matemática que es, a nuestro juicio, la etapa más importante. La otra actividad que le sigue, en nuestra escala valorativa, de importancia es, sin lugar a dudas, la actividad científica.

Figura 5. Modelo de Vasco de la actividad matemática como sistema.



Nota. La estructura cronológica está indicada por los círculos (○ inicio) y las flechas (⇒). Fuente: Vasco (1990, 2014).

La actividad científica y la tesis de los tres mundos de Popper

Una división homóloga a la actividad matemática resulta de aplicar a la actividad científica la tesis de los tres mundos de Popper (1972) (ver Figura 6): el primer mundo llamado el mundo físico o el mundo de los estados físicos; el segundo mundo llamado el mundo mental o el mundo de los estados mentales; y el tercer mundo llamado el mundo de los inteligibles o el mundo de los posibles objetos del pensamiento, el mundo de las teorías en sí mismas y sus relaciones lógicas.

Figura 6. Modelo de los tres mundos de Popper de la actividad científica.

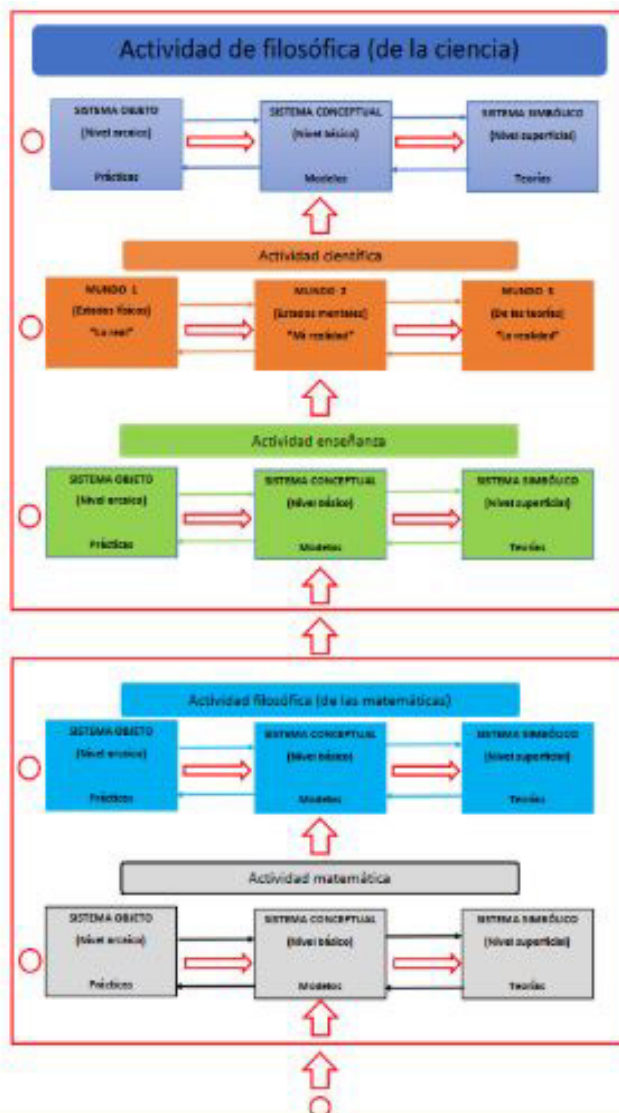


Nota. La estructura cronológica está indicada por los círculos (○ inicio) y las flechas (⇒). Fuente: (Popper, 1972)

Ambos modelos, de Vasco y de Popper, son isomorfos en un sentido. Si la actividad misma se puede considerar como un proceso, entonces ellos conservan una propiedad que es intrínseca a cualquier proceso, su temporalidad. De nuevo una estructura de orden temporal emerge de sus tres elementos. Los tres sistemas para el caso de Vasco o los tres mundos para el caso de Popper se organizan de manera lógica estableciendo una relación fundamental binaria (entre dos estados) de orden en el tiempo que establece que: un estado inicial “precede” a otro estado final ($E_i < E_f$).

Otra hipótesis más: si la actividad matemática y la actividad científica es un medio de producción de conocimiento científico, entonces su principal producto son las teorías. En este mismo orden de ideas, la actividad filosófica es un medio de producción para producir teorías filosóficas. Por ejemplo, el resultado del estudio filosófico de las teorías científicas y las teorías matemáticas son teorías filosóficas sobre la ciencia y las matemáticas. Por lo tanto, la filosofía puede tener por saber-objeto a la actividad científica o la actividad matemática, es decir, el sistema objeto de la filosofía de la ciencia es la actividad científica, mientras que el sistema objeto para la filosofía de las matemáticas es la actividad matemática. Ahora bien, la filosofía se distingue de otras ciencias o disciplinas porque su función principal es el análisis conceptual, en este caso, el análisis de otras actividades como la científica y la matemática. Por lo tanto, «lo real» para el caso de la filosofía son el sistema objeto y el sistema simbólico de los matemáticos y los científicos. En el caso de la actividad científica, «el mundo real» para un filósofo es en esencia el estudio (descriptivo-normativo) de las reglas y normas que siguen los científicos para la realización correcta de la actividad; y también el estudio (interpretativo) del principal producto de la actividad científica que son las teorías. Por otro lado, el producto más importante de la actividad filosófica se encuentra en «el mundo» filosófico, a saber, sus teorías filosóficas sobre la actividad científica. En conclusión, la tesis de los tres mundos es aplicable también a la actividad filosófica. Para la actividad de enseñanza también se puede hacer un análisis equivalente se deja de tarea para el lector para no extender mucho esta reflexión. Un modelo metodológico más refinado se muestra en la Figura 7.

Figura 7. Modelo metodológico final



Nota. La estructura cronológica del modelo está indicada por los círculos (○ inicio) y las flechas (⇨). Elaborado en 2024.

Conclusión

A la pregunta de cómo investigar sobre un proceso de enseñanza-aprendizaje se responde con otro proceso, pero, de investigación. En este proceso de investigación se propone una trayectoria ordenada, es decir, por etapas; ordenación que se lleva a cabo usando la estructura lógica del concepto del tiempo. En otras palabras, un elemento lógico fundamental como es el concepto del tiempo es utilizado acá para ordenar a través de su estructura lógica-temporal la metodología de investigación sobre un proceso de enseñanza-aprendizaje. Cabe aclarar que no es el concepto del tiempo de una ciencia como la física (Heidegger, 2009), más bien es un concepto del “tiempo de investigación” de una ciencia como la educación

Por lo tanto, el punto planteado aquí es el de establecer un orden lógico temporal de los quehaceres investigativos; por ejemplo, primero las cuestiones matemáticas y luego las cuestiones de enseñanza. Desde un análisis ascendente se recorta un proceso investigativo en el tiempo para obtener varios subprocesos que después intentamos capturar en un conjunto ordenado de cinco estados, esto es, en un sistema de cinco actividades: la actividad matemática, la actividad filosófica de las (prácticas) matemáticas, la actividad de enseñanza, la actividad científica y la actividad filosófica de la ciencia. Desde un análisis descendente estas actividades o sistemas de nuevo se recortan para ordenarlas internamente en micro-actividades o subsistemas. Por ejemplo, la actividad matemática se ordena cronológicamente en tres niveles. En el nivel arcaico está el sistema objeto, en el nivel básico está el sistema conceptual y en el nivel superficial está el sistema simbólico.

Referencias bibliográficas

- Díez, J. A., y Moulines, C. U. (1999). *Fundamentos de filosofía de la ciencia* (2a ed.). Ariel.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Falmer Press.
- Heidegger, M. (2009). *Tiempo e historia* (J. A. Escudero, Trad.). Gráficas Varona.
- Hersh, R. (1979). Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics. *Advances in Mathematics*, 31(1), 31–50. [https://doi.org/10.1016/0001-8708\(79\)90018-5](https://doi.org/10.1016/0001-8708(79)90018-5)
- Popper, K. R. (1972). *Objective knowledge: an evolutionary approach*. Clarendon Press.
- Vasco, C. E. (1980). Teoría de Sistemas y Metodologías Científicas. *Ciencia, Tecnología y Desarrollo*, 4(4), 463–482.
- Vasco, C. E. (1986). El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas. *Revista de la Universidad Nacional*, 1(2), 45–51. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/revistaun/article/view/11733>
- Vasco, C. E. (1990). El aprendizaje de las matemáticas elementales como proceso condicionado por la cultura. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 2(6), 5–26. <https://doi.org/10.1080/02147033.1990.10820930>
- Vasco, C. E. (2014). Procesos, sistemas, modelos y teorías en la investigación educativa. En C. J. Mosquera, *Perspectivas educativas Lecciones inaugurales: N°1* (pp. 25–79). Universidad Distrital Francisco José De Caldas.

Vasco, C. E., Escobedo D., H., León P., T., y Negret P., J. C. (1995). La teoría general de procesos y sistemas. Una propuesta semiológica, ontológica y gnoseológica para la ciencia, la educación y el desarrollo. En Aldana, E. (Ed.), *Informe de Comisionados I: Educación para el desarrollo. Colección Documentos de la Misión Ciencia, Educación y Desarrollo. Tomo 2* (1a ed, pp. 377–652). Imprenta Nacional.

Notas

- ¹ Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- ² Docente del Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- ³ “The issue, then, is not, what is the best way to teach? But, what is mathematics really all about? To discredit formalism in pedagogy, one must challenge its philosophical base: the formalist picture of the nature of mathematics. Controversies about high-school teaching cannot be resolved without confronting problems about the nature of mathematics” (Hersh, 1979, p. 34).
- ⁴ En estos modelos se trata de recrear el dinamismo de un proceso investigativo a través de una sucesión de estados representativos, como es el caso del modelo inicial.
- ⁵ Una división todavía más refinada de cualquier sistema está dada por tres constituyentes: los componentes, las relaciones y las transformaciones (Vasco, 1990).

